

INTRODUCCIÓN

Estándares de Contenido en Matemáticas

Es esencial contar con un programa de matemáticas de alta calidad para todos los alumnos, que les brinde la oportunidad de elección dentro de una amplia variedad de profesiones para su futuro. Cuando las matemáticas se enseñan bien se convierten en una materia de belleza y elegancia, emocionante en su lógica y coherencia. Entrenan la mente para ser analítica y fijan las bases para un pensamiento inteligente y preciso.

Para poder competir exitosamente dentro de la economía global, los estudiantes de hoy deben tener un alto grado de entendimiento de las matemáticas. Durante mucho tiempo las escuelas han tenido la noción de que tener éxito en las matemáticas es talento de unos pocos. Pero, en lugar de ello es necesaria una nueva expectativa: Que todos los estudiantes alcancen los estándares de contenido en matemáticas correspondiente a California y muchos se sientan inspirados para llegar más allá de los estándares mínimos.

Estos estándares de contenido establecen que cada estudiante de California puede y necesita aprender matemáticas. Son comparables con los estándares de los países con mayores exigencias académicas, como Japón y Singapur, dos de los países con más alto rendimiento dentro del Tercer Estudio Internacional sobre Matemáticas y Ciencias (Third International Mathematics and Science Study - TIMSS). Las matemáticas son esenciales para todos los alumnos, no sólo para aquéllos cuyas profesiones les exigirán una preparación avanzada en matemáticas, sino para todos los ciudadanos que vivirán en el siglo XXI. Estos estándares se basan en la premisa de que todos los alumnos son capaces de aprender bien las matemáticas rigurosas, así como que todos son capaces de aprender más de lo que actualmente se espera. Para la mayoría de las personas el dominio de las matemáticas no es una característica innata, sino que se logra con persistencia, esfuerzo y práctica por parte del estudiante, así como a través de una instrucción rigurosa y efectiva por parte de los maestros. Los padres y maestros deben brindar su apoyo y motivación.

Los estándares se enfocan en el contenido esencial que deben aprender todos los estudiantes, y los preparan para estudiar carreras avanzadas en matemáticas, ciencias y técnicas así como estudios de postsecundaria en todas las áreas de contenido. Todos los estudiantes deben abordar la resolución de problemas; desarrollar habilidades de pensamiento abstracto y analítico; aprender a lidiar de manera efectiva y cómoda con variables y ecuaciones; y usar las notaciones matemáticas de manera efectiva para modelar situaciones. La meta del estudio de las matemáticas es que los estudiantes:

Desarrollen fluidez en habilidades básicas de computación.

Desarrollen un entendimiento de los conceptos matemáticos.

Se conviertan en personas que resuelvan problemas matemáticos y puedan reconocer y resolver problemas rutinarios de manera rápida, encontrar maneras de llegar a una solución o a una meta cuando no haya ningún camino aparente para alcanzarla.

Comuniquen con precisión cantidades, relaciones lógicas y valores desconocidos mediante el uso de signos, símbolos, modelos, gráficos y términos matemáticos.

Razonen matemáticamente recolectando datos, analizando evidencia y desarrollando argumentos que avalen o refuten hipótesis.

Establezcan relaciones entre las ideas matemáticas, y entre las matemáticas y otras disciplinas.

Los estándares de contenido identifican lo que todos los alumnos de las escuelas públicas de California deben saber y poder hacer en cada grado escolar. Sin embargo, con estos estándares, se conserva la flexibilidad local. Los temas se podrán introducir y enseñar uno o dos años escolares antes del año en el que se espera que el alumno los domine. La decisión sobre la mejor manera de enseñar los estándares se deja a criterio de maestros, escuelas y distritos escolares.

Los estándares enfatizan las habilidades de computación y procedimientos, el entendimiento conceptual y la resolución de problemas. Estos tres componentes de la instrucción y el aprendizaje de las matemáticas no son independientes unos de otros; por el contrario, están entrelazados y se refuerzan mutuamente.

Las habilidades básicas, o habilidades de computación y procedimientos, son las habilidades que todos los estudiantes deben aprender a utilizar de manera rutinaria y automática. Los estudiantes deben practicar las habilidades básicas de manera suficiente y frecuente para poder recordarlas.

Las matemáticas tienen sentido para estudiantes con un entendimiento conceptual del dominio. No solamente saben *cómo* aplicar las habilidades, sino también *cuándo* aplicarlas y *por qué* las deben aplicar. Entienden la estructura y lógica de las matemáticas, además de que utilizan los conceptos de una forma flexible, efectiva y apropiada. Cuando ven el panorama general y entienden los conceptos, se encuentran en una mejor posición para aplicar su conocimiento en situaciones y problemas que quizá no hayan encontrado antes y podrán reconocer fácilmente si han cometido algún error de procedimiento.

Los estándares de razonamiento matemático son diferentes de otros estándares, ya que no representan un dominio de contenido. El razonamiento matemático está involucrado en todos los subtópicos.

Los estándares no especifican cómo se debe enseñar el currículo. Los maestros podrán utilizar enseñanza directa, enseñanza explícita, enseñanza basada en el conocimiento, aprendizaje por descubrimiento, investigación, enseñanza basada en preguntas, enseñanza basada en la resolución de problemas, descubrimiento guiado, enseñanza basada en la teoría de los conjuntos, métodos tradicionales, métodos progresivos u otros métodos para enseñar a los alumnos el tema que se está presentando en estos estándares. A niveles de escuela intermedia y preparatoria, las escuelas pueden utilizar los estándares con un programa integrado o con la secuencia del curso tradicional de álgebra I, geometría, álgebra II, etc.

Las escuelas que utilizan estos estándares “matriculan” estudiantes en un aprendizaje matemático donde practican las habilidades, resuelven problemas, aplican las matemáticas al mundo real, desarrollan su capacidad de pensamiento abstracto, además de que preguntan y responden preguntas que incluyen números o ecuaciones. Los alumnos necesitan conocer las fórmulas básicas, entender lo que significan y por qué funcionan, además de saber cuándo las deben aplicar. También se espera que los estudiantes lidien con problemas difíciles una vez que hayan aprendido a realizar los cálculos más simples sobre los que se basan estos problemas.

Los maestros deben guiar a los estudiantes para que empiecen a pensar por qué las matemáticas funcionan además de cómo funcionan; también deben enfatizar el entendimiento de conceptos matemáticos y el logro de resultados matemáticos. Es necesario que los estudiantes reconozcan que la solución para cualquier problema se puede determinar mediante la utilización de más de una estrategia y que, con frecuencia, la solución trae a luz nuevas preguntas: La respuesta, ¿tiene lógica? ¿Existen otras maneras más eficientes de llegar a la respuesta? La respuesta, ¿plantea nuevas preguntas? ¿Puedo contestar esas preguntas? ¿Qué otra información necesito?

La resolución de problemas incluye la aplicación de habilidades, entendimiento y experiencias para resolver situaciones nuevas o confusas. Presenta desafíos para que los estudiantes apliquen el entendimiento de los conceptos matemáticos en situaciones nuevas o complejas, con el fin de que ejerzan sus habilidades de computación y procedimientos y vean las matemáticas como una manera de encontrar respuestas a algunos problemas que se presenten fuera del salón de clases. Los estudiantes incrementan su capacidad y persistencia para la resolución de problemas a través de una extensa experiencia en la resolución de problemas con distintos grados de dificultad y a cada nivel de su desarrollo matemático.

Por lo tanto, la resolución de problemas es parte esencial de las matemáticas y está involucrada en cada subtópico y disciplina de los grados ocho a doce. La resolución de problemas no está separada del contenido. En lugar de ello, los

estudiantes aprenden conceptos y habilidades y los aplican a la resolución de problemas dentro y fuera de la escuela. Dado que la resolución de problemas es distinta de un dominio de contenido, sus elementos son constantes entre los diversos grados escolares.

Los problemas que los estudiantes deben resolver se deben enfocar en matemáticas importantes. A medida que los alumnos pasan de un grado a otro deben lidiar con problemas que (1) requieren un conocimiento y entendimiento cada vez más avanzado de las matemáticas; (2) sean aplicaciones cada vez más complejas (de investigaciones meramente matemáticas); y (3) requieran un mayor uso del razonamiento inductivo y deductivo, así como de la prueba. Además, los problemas deben hacer que los estudiantes relacionen cada vez más ideas matemáticas dentro de una disciplina y en diferentes dominios. Cada año los estudiantes deben resolver problemas de todos los subtópicos aunque la mayoría de los problemas se deben relacionar con las matemáticas que los alumnos estudian ese año. Un buen problema es uno que es matemáticamente importante, especifica el problema a resolver, pero no la ruta para resolverlo, y requiere el uso de las habilidades y el entendimiento conceptual correspondientes al grado escolar.

Organización de los Estándares

Los estándares de contenido en matemáticas para los grados de jardín infantil al séptimo grado están organizados por grado escolar y se presentan en cinco subtópicos: sentido numérico; álgebra y funciones; medición y geometría; estadística, análisis de datos y probabilidades; y razonamiento matemático. Los enunciados de enfoque indicadores de habilidades matemáticas cada vez más complejas que requerirán los estudiantes de ese jardín infantil o hasta el séptimo grado se incluyen al inicio de cada grado escolar. Estos enunciados indican la manera en que las habilidades y conceptos forman un todo coherente.

Los estándares para los grados ocho a doce están organizados en una manera diferente de los estándares de jardín infantil al séptimo grado. Los subtópicos no se utilizan para la organización ya que las matemáticas que se estudian en los grados ocho a doce caen naturalmente en los encabezados de las disciplinas de álgebra, geometría, etc. Muchas escuelas enseñan este material en cursos tradicionales; otras lo enseñan en un programa integrado. Con el fin de que las agencias locales de educación y los maestros tengan una cierta flexibilidad, los estándares para los grados ocho a doce no indican que determinada disciplina deba iniciarse y completarse en un solo grado. Es necesario cubrir el contenido de estas disciplinas y los estudiantes matriculados en ellas deben alcanzar los estándares sin importar la secuencia de estas disciplinas.

Estándares de Matemáticas y Tecnología

Dado que se instrumentan estándares matemáticos rigurosos para todos los alumnos se debe entender claramente el papel correspondiente que desempeña la tecnología en esos estándares. Las escuelas y los maestros podrán utilizar las siguientes consideraciones para guiar todas las decisiones tomadas con respecto a las matemáticas y la tecnología:

Los alumnos requieren bases sólidas para las habilidades básicas. La tecnología no reemplaza la necesidad de que los alumnos aprendan y dominen las habilidades matemáticas básicas. Todos los alumnos deben ser capaces de sumar, restar, multiplicar y dividir fácilmente sin el uso de calculadoras u otras herramientas electrónicas. Además, todos los estudiantes necesitan dirigir su trabajo y práctica con los conceptos y las habilidades que sienten las bases del riguroso contenido descrito en los *Estándares de Contenido en Matemáticas para las Escuelas Públicas de California* de manera que puedan desarrollar un entendimiento de los conceptos cuantitativos y sus relaciones. El uso que los estudiantes hagan de la tecnología se deberá basar en estas habilidades y entendimientos, Pero no los sustituye.

La tecnología se debe usar para promover el aprendizaje de las matemáticas. La tecnología puede ayudar a promover el entendimiento de los conceptos matemáticos, el razonamiento cuantitativo y el logro entre los estudiantes cuando se utiliza como herramienta para resolver problemas, probar conjeturas, acceder a datos y verificar soluciones. Cuando los estudiantes utilizan herramientas electrónicas, bases de datos, lenguajes de programación y simulaciones tienen la oportunidad de extender su entendimiento, su razonamiento y sus habilidades de resolución de problemas más allá de lo que es posible con los recursos impresos tradicionales. Por ejemplo, las calculadoras para representación gráfica permiten que los estudiantes vean inmediatamente las gráficas de funciones complejas y exploren el impacto de los cambios. Las herramientas informáticas de construcción de geometría permiten que los estudiantes vean figuras en espacios tridimensionales y experimenten con los efectos de la transformación. Los programas de hojas de cálculo y las bases de datos permiten que los estudiantes ingresen datos, produzcan gráficas y compilen estadísticas. Los estudiantes pueden determinar la manera más adecuada de desplegar los datos, así como de hacer y probar conjeturas de manera fácil y rápida sobre el impacto de los cambios en el conjunto de datos. Además, los estudiantes pueden intercambiar ideas y probar hipótesis ante una mayor audiencia a través de Internet. La tecnología también sirve para reforzar las habilidades básicas a través de instrucciones asistidas por computadora, sistemas de tutoría y software de aprendizaje y práctica.

El enfoque debe ser sobre el contenido de las matemáticas. El enfoque debe ser en el aprendizaje de las matemáticas mediante la utilización de la tecnología como una herramienta más que como un fin en sí mismo. La tecnología hace que las matemáticas sean más accesibles y permite resolver problemas matemáticos de manera rápida y eficaz. Sin embargo, las herramientas tecnológicas no se pueden utilizar de manera efectiva si no se tiene un entendimiento de las habilidades, los conceptos y las relaciones matemáticas. A medida que los estudiantes aprenden a utilizar las herramientas electrónicas deben desarrollar también el razonamiento cuantitativo necesario para hacer un uso total de ellas. También deben tener oportunidades para reforzar sus habilidades de cálculos y matemáticas mentales, así como el concepto del valor posicional para poder revisar rápidamente que sus cálculos sean razonables y precisos.

La tecnología es una herramienta poderosa en las matemáticas. Si se utiliza adecuadamente, la tecnología podrá ayudar a los alumnos a desarrollar las habilidades, el conocimiento y la perspectiva necesarios para cumplir con los rigurosos estándares de contenido de las matemáticas y hacer una transición exitosa hacia el mundo que se encuentra más allá de la escuela. El desafío para los maestros, padres y formuladores de políticas es asegurar que la tecnología respalde pero no sustituya el desarrollo de las habilidades de razonamiento cuantitativo y de resolución de problemas.

[NOTE TO LOCAL EDUCATIONAL AGENCIES (LEAS): As a form of assistance to LEAs, the California Department of Education (CDE) offers this translation free of charge. Because there can be variations in translation, the CDE recommends that LEAs confer with local translators to determine any need for additions or modifications, including the addition of local contact information or local data, or modifications in language to suit the needs of specific language groups in the local community. If you have comments or questions regarding the translation, please e-mail the Clearinghouse for Multilingual Documents (CMD) at cmd@cde.ca.gov.]

JARDÍN INFANTIL

Estándares de Contenido en Matemáticas

Al finalizar el jardín infantil, los estudiantes entienden números pequeños, cantidades pequeñas y formas simples dentro de su entorno cotidiano. Pueden contar, comparar, describir y clasificar objetos, además de que desarrollan un sentido de propiedades y patrones.

Sentido Numérico

1.0 Los estudiantes entienden la relación entre los números y las cantidades (es decir, que un conjunto de objetos tiene el mismo número de objetos en diferentes situaciones sin importar su posición o arreglo):

1.1 Comparan dos o más conjuntos de objetos (hasta diez objetos en cada grupo) e identifican qué conjunto es igual, mayor o menor que el otro.

1.2 Cuentan, reconocen, representan, nombran y ordenan una cantidad de objetos (hasta 30).

1.3 Saben que los números más grandes describen conjuntos con más objetos que los números más pequeños.

2.0 Los alumnos entienden y describen sumas y restas simples:

2.1 Utilizan objetos concretos para determinar las respuestas a problemas de suma y resta (para dos números que son cada uno menor a 10).

3.0 Los estudiantes utilizan estrategias de valoración para realizar cálculos y resolver problemas donde existen números que utilizan las unidades y decenas:

3.1 Reconocen cuando un cálculo es razonable.

Álgebra y Funciones

1.0 Los estudiantes ordenan y clasifican objetos:

1.1 Identifican, ordenan y clasifican objetos por atributo e identifican objetos que no pertenecen a un grupo en particular (p. ej., todas estas pelotas son verdes y aquellas son rojas).

Medición y Geometría

1.0 Los estudiantes entienden el concepto de tiempo y las unidades para medirlo; entienden que los objetos tienen propiedades, como longitud, peso y capacidad, y que se pueden hacer comparaciones refiriéndose a esas propiedades:

1.1 Comparan la longitud, el peso y la capacidad de los objetos mediante comparaciones directas con objetos de referencia (p. ej., observan qué objeto es más pequeño, más largo, más alto, más ligero, más pesado o con mayor capacidad).

1.2 Demuestran su entendimiento de los conceptos de tiempo (p. ej., mañana, tarde, noche, hoy, ayer, mañana, semana, año) y las herramientas para medirlo (p. ej., reloj, calendario).

1.3 Nombran los días de la semana.

1.4 Identifican la hora (redondeándola a la hora más cercana) de los eventos diarios (p. ej., el almuerzo es a las 12 del día; a las 8 de la noche nos vamos a dormir).

2.0 Los estudiantes identifican objetos comunes en su entorno y describen sus características geométricas:

2.1 Identifican y describen objetos geométricos comunes (p. ej., círculo, triángulo, cuadrado, rectángulo, cubo, esfera, cono).

2.2 Comparan objetos planos y sólidos familiares por atributos comunes (p. ej., posición, forma, tamaño, redondez, cantidad de esquinas).

Estadísticas, Análisis de Datos y Probabilidades

1.0 Los alumnos reúnen información sobre objetos y eventos en su entorno:

1.1 Formulan preguntas de información, reúnen datos y registran los resultados con objetos, imágenes y gráficas.

1.2 Identifican, describen y extienden patrones simples (como círculos o triángulos) refiriéndose a su forma, tamaño o color.

Razonamiento Matemático

1.0 Los estudiantes toman decisiones para enunciar un problema:

1.1 Determinan el enfoque, los materiales y las estrategias que se van a utilizar.

1.2 Utilizan herramientas y estrategias (como juguetes articulados o diagramas) para modelar problemas.

2.0 Los estudiantes resuelven problemas de manera razonable y justifican su razonamiento:

2.1 Explican el razonamiento utilizado con objetos concretos o representaciones pictóricas.

2.2 Realizan cálculos precisos y verifican la validez de los resultados en el contexto del problema.

[NOTE TO LOCAL EDUCATIONAL AGENCIES (LEAS): As a form of assistance to LEAs, the California Department of Education (CDE) offers this translation free of charge. Because there can be variations in translation, the CDE recommends that LEAs confer with local translators to determine any need for additions or modifications, including the addition of local contact information or local data, or modifications in language to suit the needs of specific language groups in the local community. If you have comments or questions regarding the translation, please e-mail the Clearinghouse for Multilingual Documents (CMD) at cmd@cde.ca.gov.]

PRIMER GRADO

Estándares de Contenido en Matemáticas

Al finalizar el primer grado, los estudiantes entenderán y utilizarán los conceptos de las unidades y decenas en el sistema de valor posicional de los números. Los estudiantes suman y restan números pequeños con facilidad. Miden con unidades simples y ubican objetos en el espacio. Describen datos, analizan y resuelven problemas simples.

Sentido Numérico

1.0 Los estudiantes entienden y usan los números hasta el 100:

1.1 Cuentan, leen y escriben números enteros hasta el 100.

1.2 Comparan y ordenan números enteros hasta el 100 usando símbolos de menor, igual a o mayor que ($<$, $=$, $>$).

1.3 Representan formas equivalentes del mismo número mediante el uso de modelos físicos, diagramas y expresiones numéricas (hasta 20) (p. ej., 8 se puede representar como $4 + 4$, $5 + 3$, $2 + 2 + 2 + 2$, $10 - 2$, $11 - 3$).

1.4 Cuentan y agrupan objetos en unidades y decenas (p. ej., tres grupos de 10 y 4 son igual a 34, o $30 + 4$).

1.5 Identifican y conocen el valor de las monedas y muestran diferentes combinaciones de monedas que tienen el mismo valor.

2.0 Los estudiantes demuestran el significado de la suma y la resta y utilizan estas operaciones para resolver problemas:

2.1 Conocen las operaciones de adición (sumar hasta 20) y de sustracción correspondientes y las aprenden de memoria.

2.2 Utilizan la relación inversa entre la suma y la resta para resolver problemas.

2.3 Identifican uno más, uno menos, 10 más y 10 menos que un número dado.

2.4 Cuentan de 2 en 2, de 5 en 5 y de 10 en 10 hasta 100.

2.5 Muestran el significado de la suma (juntar, incrementar) y la resta (quitar, comparar, encontrar la diferencia).

2.6 Resuelven problemas de suma y resta con números de uno y dos dígitos (p. ej., $5 + 58 = \underline{\quad}$).

2.7 Encuentran la suma de números de tres dígitos.

3.0 Los estudiantes utilizan estrategias de valoración para realizar cálculos y resolver problemas donde hay números que utilizan unidades, decenas y centenas:

3.1 Hacen valoraciones razonables para comparar números más grandes o más pequeños.

Álgebra y Funciones

1.0 Los estudiantes utilizan oraciones numéricas que utilizan símbolos de operaciones y expresiones para resolver problemas:

1.1 Escriben y resuelven oraciones numéricas de situaciones de problemas que expresan relaciones donde se involucran la suma y resta.

1.2 Entienden el significado de los símbolos +, -, =.

1.3 Crean situaciones de problemas que pueden llevar a oraciones numéricas dadas que involucran la suma y la resta.

Medición y Geometría

1.0 Los estudiantes utilizan comparaciones directas y unidades no estándar para describir la medición de objetos:

1.1 Comparan la longitud, el peso y volumen de dos o más objetos utilizando comparaciones directas de una unidad no estándar.

1.2 Pueden decir la hora redondeada a la media hora más cercana y relacionan el tiempo con eventos (p. ej., antes/después, más corto/más prolongado).

2.0 Los estudiantes identifican figuras geométricas comunes, las clasifican por atributos comunes y describen su posición relativa o ubicación en el espacio:

2.1 Identifican, describen y comparan triángulos, rectángulos, cuadrados y círculos, como las caras de objetos tridimensionales.

2.2 Clasifican objetos planos y sólidos familiares por atributos comunes como color, posición, forma, tamaño, redondez o cantidad de esquinas y explican los atributos utilizados para la clasificación.

2.3 Dan y siguen instrucciones de ubicación.

2.4 Disponen y describen objetos en el espacio por proximidad, posición y dirección (p. ej., cerca, lejos, debajo, encima, arriba, abajo, detrás, enfrente, junto, a la izquierda o a la derecha).

Estadísticas, Análisis de Datos y Probabilidades

1.0 Los estudiantes organizan, representan y comparan datos por categoría en gráficas y tablas simples:

1.1 Clasifican objetos y datos por atributos comunes y describen las categorías.

1.2 Representan y comparan datos (p. ej., el más grande, el más pequeño, el más frecuente, el menos frecuente) mediante la utilización de imágenes, gráficas de barras, gráficas de tabulación y gráficas pictóricas.

2.0 Los estudiantes clasifican objetos, crean y describen patrones por números, formas, tamaños, ritmos o colores:

2.1 Describen, extienden y explican maneras de llegar a un nuevo elemento mediante patrones de repetición simple (p. ej., rítmicos, numéricos, de color y de forma).

Razonamiento Matemático

1.0 Los estudiantes toman decisiones para enunciar un problema:

1.1 Determinan el enfoque, los materiales y las estrategias que se van a utilizar.

1.2 Utilizan herramientas (como juguetes articulados o diagramas) para modelar problemas.

2.0 Los estudiantes resuelven problemas y justifican su razonamiento:

2.1 Explican el razonamiento utilizado y justifican los procedimientos seleccionados.

2.2 Realizan cálculos precisos y verifican la validez de los resultados a partir del contexto del problema.

3.0 Los estudiantes observan conexiones entre un problema y otro.

[NOTE TO LOCAL EDUCATIONAL AGENCIES (LEAs): As a form of assistance to LEAs, the California Department of Education (CDE) offers this translation free of charge. Because there can be variations in translation, the CDE recommends that LEAs confer with local translators to determine any need for additions or modifications, including the addition of local contact information or local data, or modifications in language to suit the needs of specific language groups in the local community. If you have comments or questions regarding the translation, please e-mail the Clearinghouse for Multilingual Documents (CMD) at cmd@cde.ca.gov.]

SEGUNDO GRADO

Estándares de Contenido en Matemáticas

Al finalizar el segundo grado, los estudiantes entenderán el valor posicional y las relaciones numéricas de la suma y la resta, y utilizarán los conceptos simples de la multiplicación. Medirán cantidades con las unidades apropiadas. Clasificarán formas y verán relaciones entre ellas prestando atención a sus atributos geométricos. Reunirán y analizarán datos y verificarán las respuestas.

Sentido Numérico

1.0 Los estudiantes entienden las relaciones entre los números, cantidades y valor posicional de números enteros hasta 1,000:

1.1 Cuentan, leen y escriben números enteros hasta 1,000 e identifican el valor posicional de cada dígito.

1.2 Usan palabras, modelos y formas expandidas (p. ej., $45 = 4$ decenas + 5) para representar números (hasta 1,000).

1.3 Ordenan y comparan números enteros hasta 1,000 usando los símbolos $<$, $=$, $>$.

2.0 Los estudiantes calculan, valoran y resuelven problemas de suma y resta con números de dos y tres dígitos:

2.1 Entienden y usan la relación inversa entre la suma y la resta (p. ej., la oración numérica opuesta de $8 + 6 = 14$ es $14 - 6 = 8$) para resolver problemas y revisar soluciones.

2.2 Encuentran la suma o diferencia entre dos números enteros de hasta tres dígitos.

2.3 Utilizan la aritmética mental para encontrar la suma o diferencia de dos números de dos dígitos.

3.0 Los estudiantes modelan y resuelven problemas simples que involucran multiplicación y división:

3.1 Utilizan suma repetida, arreglos y conteo por múltiplos para multiplicar.

3.2 Utilizan la resta repetida, partes iguales y formación de grupos iguales con el resto para hacer una división.

3.3 Conocen las tablas de multiplicar del 2, el 5 y el 10 ("por 10") y las aprenden de memoria.

4.0 Los estudiantes entienden que las fracciones y los decimales se pueden referir a partes de un conjunto y partes de un todo:

4.1 Reconocen, nombran y comparan fracciones unitarias de $1/12$ a $1/2$.

4.2 Reconocen fracciones de números enteros y partes de un grupo (p. ej., un cuarto de una tarta, dos tercios de 15 pelotas).

4.3 Saben que cuando se incluyen todas las partes fraccionales, como cuatro cuartos, el resultado es igual al número entero y a uno.

5.0 Los estudiantes modelan y resuelven problemas al representar, sumar y restar cantidades monetarias:

5.1 Resuelven problemas utilizando combinaciones de monedas y billetes.

5.2 Conocen y usan la notación decimal y utilizan los símbolos de dólar y centavo para el dinero.

6.0 Los estudiantes utilizan estrategias de valoración para realizar cálculos y resolver problemas donde hay números que utilizan unidades, decenas, centenas y millares:

6.1 Reconocen cuando una valoración es razonable en una medición (p. ej., redondean a la pulgada más cercana).

Álgebra y Funciones

1.0 Los estudiantes modelan, representan e interpretan relaciones numéricas para crear y resolver problemas que involucran sumas y restas:

1.1 Usan las reglas de conmutación y asociación para simplificar los cálculos mentales y verificar los resultados.

1.2 Relacionan las situaciones de los problemas con oraciones numéricas que involucran la suma y la resta.

1.3 Resuelven problemas de suma y resta mediante datos de gráficas simples, gráficas pictóricas y oraciones numéricas.

Medición y Geometría

1.0 Los estudiantes entienden que la medición se logra al identificar una unidad de medición, iterar (repetir) la unidad y comparar con el elemento a medir:

1.1 Miden la longitud de objetos iterando (repitiendo) una unidad estándar o no.

1.2 Utilizan diferentes unidades para medir el mismo objeto y predecir si la medición será mayor o menor cuando se utiliza una unidad diferente.

1.3 Miden la longitud de un objeto a la pulgada o al centímetro más cercano.

1.4 Dicen la hora redondeada al cuarto de hora más cercano y conocen las relaciones de tiempo (p. ej., minutos de una hora, días en el mes, semanas en el año).

1.5 Determinan la duración de los intervalos de tiempo en horas (p. ej., 11:00 a.m. a 4:00 p.m.).

2.0 Los estudiantes identifican y describen los atributos de figuras comunes en el plano y objetos comunes en el espacio:

2.1 Describen y clasifican formas geométricas, planas y sólidas (p. ej., círculo, triángulo, cuadrado, rectángulo, esfera, pirámide, cubo, prisma rectangular) según el número y la forma de las caras, los bordes y vértices.

2.2 Unen y separan formas para crear otras (p. ej., dos triángulos rectángulos congruentes se pueden unir para formar un rectángulo).

Estadísticas, Análisis de Datos y Probabilidades

1.0 Los estudiantes reúnen datos numéricos y registran, organizan, despliegan e interpretan los datos en gráficas de barras y otras representaciones:

1.1 Registran datos numéricos de manera sistémica, mediante un registro de lo que se ha contado.

1.2 Representan el mismo conjunto de datos en más de una manera (p. ej., gráficas de barras y tabulación).

1.3 Identifican características de conjuntos de datos (rango y modo).

1.4 Formulan y responden preguntas simples relacionadas con representaciones de datos.

2.0 Los estudiantes demuestran y entienden patrones y su crecimiento con una descripción de manera general:

2.1 Reconocen, describen y extienden patrones, y determinan el siguiente término en un patrón lineal (p. ej., 4, 8, 12...; el número de orejas en un caballo, dos caballos, tres caballos, cuatro caballos).

2.2 Resuelven problemas que involucran patrones numéricos simples.

Razonamiento Matemático

1.0 Los estudiantes toman decisiones para enunciar un problema:

1.1 Determinan el enfoque, los materiales y las estrategias que se van a utilizar.

1.2 Utilizan herramientas (como juguetes articulados o diagramas) para modelar problemas.

2.0 Los estudiantes resuelven problemas y justifican su razonamiento:

2.1 Defienden el razonamiento utilizado y justifican los procedimientos seleccionados.

2.2 Realizan cálculos precisos y verifican la validez de los resultados en el contexto del problema.

3.0 Los estudiantes observan conexiones entre un problema y otro.

[NOTE TO LOCAL EDUCATIONAL AGENCIES (LEAs): As a form of assistance to LEAs, the California Department of Education (CDE) offers this translation free of charge. Because there can be variations in translation, the CDE recommends that LEAs confer with local translators to determine any need for additions or modifications, including the addition of local contact information or local data, or modifications in language to suit the needs of specific language groups in the local community. If you have comments or questions regarding the translation, please e-mail the Clearinghouse for Multilingual Documents (CMD) at cmd@cde.ca.gov.]

TERCER GRADO

Estándares de Contenido en Matemáticas

Al finalizar el tercer grado, los estudiantes tendrán un entendimiento más profundo del valor posicional, así como un mayor entendimiento y habilidades de suma, resta, multiplicación y división de números enteros. Los estudiantes calculan, miden y describen objetos en el espacio. Utilizan patrones para ayudar a resolver problemas. Representan relaciones numéricas y realizan experimentos simples de probabilidades.

Sentido Numérico

1.0 Los estudiantes entienden el valor posicional de los números enteros:

1.1 Cuentan, leen y escriben números enteros hasta el 10,000.

1.2 Comparan y ordenan números enteros hasta 10,000.

1.3 Identifican el valor posicional de cada dígito en los números hasta 10,000.

1.4 Redondean los números hasta el 10,000 a la decena, centena y millar más cercano.

1.5 Utilizan la notación expandida para representar números (p. ej., $3,206 = 3,000 + 200 + 6$).

2.0 Los estudiantes calculan y resuelven problemas que involucran la suma, resta, multiplicación y división:

2.1 Encuentran la suma o diferencia de dos números enteros entre 0 y 10,000.

2.2 Memorizan para automatizar las tablas de multiplicación de los números entre 1 y 10.

2.3 Usan las relaciones inversas de multiplicación y división para calcular y verificar resultados.

2.4 Resuelven problemas simples que involucran multiplicación de números de múltiples dígitos por números de un dígito ($3,671 \times 3 = \underline{\quad}$).

2.5 Resuelven problemas de división donde se divide un número de múltiples dígitos en partes iguales entre un número de un dígito ($135 \div 5 = \underline{\quad}$).

2.6 Entienden las propiedades especiales del 0 y el 1 en la multiplicación y la división.

2.7 Determinan el costo unitario cuando se da el costo total y números de unidades.

2.8 Resuelven problemas que requieren dos o más de las habilidades antes mencionadas.

3.0 Los estudiantes entienden las relaciones entre números enteros, fracciones simples y decimales:

3.1 Comparan fracciones representadas por diagramas o materiales concretos para mostrar la equivalencia, sumar y restar fracciones simples dentro de un contexto (p. ej., la $\frac{1}{2}$ de una pizza es la misma cantidad que $\frac{2}{4}$ de otra pizza del mismo tamaño; demuestran que $\frac{3}{8}$ es mayor que $\frac{1}{4}$).

3.2 Suman y restan fracciones simples (p. ej., determinan que $\frac{1}{8} + \frac{3}{8}$ es lo mismo que $\frac{1}{2}$).

3.3 Resuelven problemas que involucran suma, resta, multiplicación y división de cantidades monetarias con una notación decimal, además de que multiplican y dividen cantidades monetarias con la notación decimal al utilizar multiplicadores y divisores de números enteros.

3.4 Conocen y entienden que las fracciones y los decimales son dos representaciones diferentes del mismo concepto (p. ej., 50 centavos es la $\frac{1}{2}$ de un dólar, 75 centavos son $\frac{3}{4}$ de un dólar).

Álgebra y Funciones

1.0 Los estudiantes seleccionan los símbolos, las operaciones y propiedades adecuados para representar, describir, simplificar y resolver relaciones numéricas simples:

1.1 Representan relaciones de cantidades en forma de expresiones matemáticas, ecuaciones o inecuaciones.

1.2 Resuelven problemas que involucran ecuaciones o inecuaciones numéricas.

1.3 Seleccionan los símbolos de operación y de relación adecuados para que una expresión sea verdadera (p. ej., si $4 _ 3 = 12$, ¿cuál es el símbolo de operación que va en el espacio?).

1.4 Expresan conversiones unitarias simples en forma simbólica (p. ej., $_ \text{pulgadas} = _ \text{pies} \times 12$).

1.5 Reconocen y usan las propiedades de conmutación y asociación de la multiplicación (p. ej., si $5 \times 7 = 35$, ¿entonces cuánto es 7×5 ? Y si $5 \times 7 \times 3 = 105$, ¿entonces cuánto es $7 \times 3 \times 5$?).

2.0 Los estudiantes representan relaciones funcionales simples:

2.1 Resuelven problemas simples que involucran una relación funcional entre dos cantidades (p. ej., encontrar el costo total de múltiples artículos dado el costo unitario).

2.2 Extienden y reconocen un patrón lineal por sus reglas (p. ej., se puede calcular la cantidad de patas de cierto número de caballos contando de 4 en 4 o multiplicando el número de caballos por 4).

Medición y Geometría

1.0 Los estudiantes eligen y utilizan las unidades y herramientas de medición adecuadas para cuantificar las propiedades de los objetos:

1.1 Eligen las herramientas y unidades adecuadas (sistema métrico e imperial), calculan y miden la longitud, volumen de líquido y peso/masa de ciertos objetos.

1.2 Calculan o determinan el área o volumen de figuras sólidas cubriéndolas con cuadrados o contando el número de cubos que cabrían en ellas.

1.3 Encuentran el perímetro de un polígono con lados enteros.

1.4 Realizan conversiones simples dentro de un sistema de medición (p. ej., centímetros y metros, horas y minutos).

2.0 Los estudiantes describen y comparan los atributos de figuras geométricas planas y sólidas y utilizan su entendimiento para mostrar las relaciones y resolver problemas:

2.1 Identifican, describen y clasifican polígonos (como pentágonos, hexágonos y octágonos).

2.2 Identifican los atributos de los triángulos (p. ej., dos lados iguales para el triángulo isósceles, tres lados iguales para un triángulo equilátero, ángulo recto para el triángulo rectángulo).

2.3 Identifican los atributos de los cuadriláteros (p. ej., los lados paralelos de un paralelogramo, los ángulos rectos del rectángulo, los lados iguales y ángulos rectos del cuadrado).

2.4 Identifican los ángulos rectos en figuras geométricas u objetos adecuados y determinan si otros ángulos son mayores o menores que un ángulo recto.

2.5 Identifican, describen y clasifican objetos geométricos tridimensionales comunes (p. ej., cubo, sólido rectangular, esfera, prisma, pirámide, cono, cilindro).

2.6 Identifican objetos sólidos comunes que son los componentes necesarios para formar un objeto sólido más complejo.

Estadísticas, Análisis de Datos y Probabilidades

1.0 Los estudiantes realizan experimentos simples de probabilidad al determinar la cantidad de posibles resultados y hacer predicciones simples:

1.1 Identifican si los eventos comunes son ciertos, probables, poco probables o improbables.

1.2 Registran los posibles resultados de un evento simple (p. ej., lanzar una moneda) y llevan un seguimiento sistemático de los resultados cuando el evento se repite muchas veces.

1.3 Resumen y despliegan los resultados de los experimentos de probabilidad de manera clara y organizada (p. ej., utilizan una gráfica de barras o líneas).

1.4 Usan los resultados de los experimentos de probabilidad para predecir eventos futuros (p. ej., utilizar una gráfica lineal para predecir el pronóstico de temperatura del día siguiente).

Razonamiento Matemático

1.0 Los estudiantes toman decisiones para resolver problemas:

1.1 Analizan problemas al identificar relaciones, distinguir información relevante de la irrelevante, poner la información en secuencia y prioridad, y observar patrones.

1.2 Determinan cuándo y cómo descomponer un problema en partes más simples.

2.0 Los estudiantes utilizan estrategias, habilidades y conceptos para determinar soluciones:

2.1 Usan los cálculos para verificar si los resultados calculados son razonables o no.

2.2 Aplican estrategias y resultados de problemas más simples en problemas más complejos.

2.3 Utilizan diversos métodos como palabras, números, símbolos, tablas, gráficas, diagramas y modelos para explicar el razonamiento matemático.

2.4 Expresan la solución de forma clara y lógica al utilizar la notación y los términos matemáticos adecuados, así como un lenguaje claro; respaldan las soluciones con evidencia tanto verbal como simbólica.

2.5 Indican las ventajas relativas de las soluciones exactas y aproximadas de los problemas y dan respuestas con un cierto grado de precisión.

2.6 Realizan cálculos precisos y verifican la validez de los resultados a partir del contexto del problema.

3.0 Los estudiantes avanzan más allá de un problema particular al generalizarlo a otras situaciones:

3.1 Evalúan si la solución es razonable dentro del contexto de la situación original.

3.2 Observan el método para derivar la solución y demostrar el entendimiento conceptual de la derivación al resolver problemas similares.

3.3 Desarrollan generalizaciones de los resultados obtenidos y los aplican en otras circunstancias.

[NOTE TO LOCAL EDUCATIONAL AGENCIES (LEAs): As a form of assistance to LEAs, the California Department of Education (CDE) offers this translation free of charge. Because there can be variations in translation, the CDE recommends that LEAs confer with local translators to determine any need for additions or modifications, including the addition of local contact information or local data, or modifications in language to suit the needs of specific language groups in the local community. If you have comments or questions regarding the translation, please e-mail the Clearinghouse for Multilingual Documents (CMD) at cmd@cde.ca.gov.]

Cuarto Grado

Estándares de Contenido Académico de Matemáticas.

Para el final del cuarto grado los estudiantes entienden las cifras grandes, así como la suma, resta, multiplicación y división de números enteros. Describen y comparan fracciones simples y decimales. Entienden las propiedades y las relaciones entre las figuras geométricas planas. Reúnen, representan y analizan datos para responder a las preguntas.

Sentido Numérico

1.0 Los estudiantes entienden el valor posicional de los números enteros y decimales (hasta dos lugares decimales) y cómo se relacionan los números enteros y los decimales con las fracciones simples. Los estudiantes usan los conceptos de números negativos:

1.1 Leen y escriben números enteros en millones.

1.2 Ordenan y comparan números enteros y decimales (hasta dos lugares decimales).

1.3 Redondean números enteros hasta los millones a la decena, centena, millar, decena de millar o centena de millar más cercana.

1.4 Deciden cuándo es necesario dar una solución redondeada y explican por qué esta solución puede ser adecuada.

1.5 Explican diferentes interpretaciones de fracciones, ej., partes de un entero, partes de un conjunto y división de números enteros entre números enteros; explican los equivalentes de fracciones (ver Estándar 4.0).

1.6 Escriben décimas y centésimas en notaciones decimales y de fracciones y conocen los equivalentes en fracciones y decimales de las mitades y los cuartos (ej., $1/2 = 0.5$ ó $.50$; $7/4 = 1 \frac{3}{4} = 1.75$).

1.7 Escriben la fracción representada por un dibujo o partes de una figura, representan una fracción dada usando dibujos, y relacionan una fracción con un decimal simple en una recta numérica.

1.8 Usan conceptos de números negativos (ej., en una recta numérica, al contar, con la temperatura o al determinar “cuánto se debe”).

1.9 Identifican sobre una recta numérica la posición relativa de las fracciones positivas, números mixtos positivos y decimales positivos hasta dos lugares decimales.

2.0 Los estudiantes aplican el uso y entendimiento de los números enteros a la suma y resta de decimales simples:

2.1 Valoran y calculan la suma o la diferencia de números enteros y decimales positivos hasta dos lugares.

2.2 Redondean dos lugares decimales a un decimal o al número entero más cercano y determinan cómo es de razonable la respuesta redondeada.

3.0 Los estudiantes resuelven problemas que incluyen suma, resta, multiplicación y división de números enteros y entienden las relaciones entre las operaciones:

3.1 Demuestran el entendimiento y capacidad necesarios para usar algoritmos estándar para la suma y resta de cifras con números múltiples.

3.2 Demuestran el entendimiento y la capacidad necesarios para usar algoritmos estándar para multiplicar cifras de números múltiples por una cifra de dos números, así como para dividir cifras de números múltiples entre cifras de un número; usan las relaciones entre los mismos para simplificar los cálculos y verifican los resultados.

3.3 Resuelven problemas que involucran la multiplicación de cifras de números múltiples por cifras de dos números.

3.4 Resuelven problemas que incluyen la división de cifras de números múltiples entre cifras de un número.

4.0 Los estudiantes saben factorizar números enteros pequeños:

4.1 Entienden que muchos números enteros se desglosan de diferentes maneras (ej., $12 = 4 \times 3 = 2 \times 6 = 2 \times 2 \times 3$).

4.2 Saben que los números como 2, 3, 5, 7 y 11 no tienen factores, excepto 1 y ellos mismos, y que tales números se llaman números primos.

Álgebra y Funciones

1.0 Los estudiantes usan e interpretan variables, símbolos matemáticos y propiedades para escribir y simplificar expresiones y oraciones.

1.1 Usan letras, cajas u otros símbolos para representar números en expresiones o ecuaciones simples (ej., demostrar el entendimiento y el uso del concepto de una variable).

1.2 Interpretan y evalúan expresiones matemáticas que ahora utilizan paréntesis.

1.3 Utilizan paréntesis para indicar qué operación se debe realizar primero cuando escriben expresiones que contienen más de dos términos y diferentes operaciones.

1.4 Usan e interpretan fórmulas (ej., área = largo por ancho o $A = lw$) para responder a preguntas sobre cantidades y sus relaciones.

1.5 Entienden que una ecuación como $y = 3x + 5$ es la prescripción para determinar un segundo número cuando se da el primer número.

2.0 Los estudiantes saben cómo manipular ecuaciones.

2.1 Saben y entienden que los iguales sumados con iguales son iguales.

2.2 Saben y entienden que los iguales multiplicados por iguales son iguales.

Medición y Geometría

1.0 Los estudiantes entienden los perímetros y las áreas:

1.1 Miden el área de las figuras rectangulares utilizando unidades apropiadas, como centímetro cuadrado (cm^2), metro cuadrado (m^2), kilómetro cuadrado (km^2), pulgada cuadrada (in^2), yarda cuadrada (yd^2) o milla cuadrada (mi^2).

1.2 Reconocen que los rectángulos que tienen la misma área pueden tener diferentes perímetros.

1.3 Entienden que los rectángulos que tienen el mismo perímetro pueden tener diferentes áreas.

1.4 Entienden y usan fórmulas para resolver problemas que incluyen perímetros y áreas de rectángulos y cuadrados. Usan estas fórmulas para determinar el área de figuras más complejas dividiendo las figuras en formas simples.

2.0 Los estudiantes utilizan sistemas de coordenadas para representar puntos y crear gráficas de líneas y figuras simples.

2.1 Dibujan los puntos correspondientes a las relaciones lineales en papel milimétrico (ej., dibujar 10 puntos en la gráfica de la ecuación $y = 3x$ y conectarlos con una línea recta).

2.2 Entienden que la longitud de un segmento de una línea horizontal es igual a la diferencia de las coordenadas x .

2.3 Entienden que la longitud de un segmento de una línea vertical es igual a la diferencia de las coordenadas y .

3.0 Los estudiantes demuestran un entendimiento de los objetos geométricos planos y sólidos y utilizan este conocimiento para mostrar las relaciones y resolver problemas:

3.1 Identifican líneas paralelas y perpendiculares.

3.2 Identifican el radio y el diámetro de un círculo.

3.3 Identifican figuras congruentes.

3.4 Identifican figuras con simetría bilateral y rotacional.

3.5 Conocen la definición de ángulo recto, ángulo agudo y ángulo obtuso. Entienden que 90° , 180° , 270° y 360° están asociados respectivamente con $1/4$ de vuelta, $1/2$ vuelta, $3/4$ de vuelta y vuelta entera.

3.6 Visualizan, describen y realizan modelos de sólidos geométricos (ej., prismas, pirámides) en términos del número y forma de las caras, bordes y vértices, interpretan representaciones bidimensionales de objetos tridimensionales, y dibujan patrones (de las caras) de un sólido que, cuando se corta y se dobla, forma un modelo del sólido.

3.7 Conocen las definiciones de los diferentes triángulos (ej., equilátero, isósceles, escaleno) e identifican sus atributos.

3.8 Conocen la definición de diferentes cuadriláteros (ej., rombo, cuadrado, rectángulo, paralelogramo, trapezoide).

Estadística, Análisis de Datos y Probabilidad

1.0 Los estudiantes organizan, representan e interpretan datos numéricos y categóricos, y comunican claramente sus resultados:

1.1 Formulan preguntas de encuesta, reúnen y representan datos sistemáticamente en una recta numérica, y coordinan gráficas, tablas y esquemas.

1.2 Identifican los modos de los conjuntos de datos categóricos y los modos, mediana y cualquier valor atípico aparente de los conjuntos de datos numéricos.

1.3 Interpretan gráficas de datos de una y dos variables para responder a preguntas sobre una situación.

2.0 Los estudiantes realizan predicciones de situaciones de probabilidad simple:

2.1 Representan todos los posibles resultados para una situación de probabilidad simple de una manera organizada (ej., tablas, cuadrículas, diagramas arbóreos).

2.2 Expresan los resultados de situaciones de probabilidad experimental en forma verbal y numérica (ej., 3 de 4, $3/4$).

Razonamiento Matemático

1.0 Los estudiantes toman decisiones para resolver problemas:

1.1 Analizan problemas al identificar relaciones, distinguir información relevante de la irrelevante, poner la información en secuencia y orden de prioridad y observar patrones.

1.2 Determinan cuándo y cómo descomponer un problema en partes más simples.

2.0 Los estudiantes utilizan estrategias, habilidades y conceptos para determinar soluciones:

2.1 Usan cálculos para verificar si los resultados calculados son razonables.

2.2 Aplican estrategias y resultados de problemas más simples a problemas más complejos.

2.3 Utilizan diversos métodos como palabras, números, símbolos, tablas, gráficas, diagramas y modelos para explicar el razonamiento matemático.

2.4 Expresan la solución de forma clara y lógica al utilizar la notación y los términos matemáticos adecuados, así como un lenguaje claro; respaldan las soluciones con evidencia tanto verbal como simbólica.

2.5 Indican las ventajas relativas de las soluciones exactas y aproximadas de los problemas y dan respuestas con un cierto grado de precisión.

2.6 Realizan cálculos precisos y verifican la validez de los resultados a partir del contexto del problema.

3.0 Los estudiantes avanzan más allá de un problema particular al generalizarlo a otras situaciones:

3.1 Evalúan si la solución es razonable dentro del contexto de la situación original.

3.2 Observan el método para derivar la solución y demostrar el entendimiento conceptual de la derivación al resolver problemas similares.

3.3 Desarrollan generalizaciones de los resultados obtenidos y los aplican en otras circunstancias.

[NOTE TO LOCAL EDUCATIONAL AGENCIES (LEAS): As a form of assistance to LEAs, the California Department of Education (CDE) offers this translation free of charge. Because there can be variations in translation, the CDE recommends that LEAs confer with local translators to determine any need for additions or modifications, including the addition of local contact information or local data, or modifications in language to suit the needs of specific language groups in the local community. If you have comments or questions regarding the translation, please e-mail the Clearinghouse for Multilingual Documents (CMD) at cmd@cde.ca.gov.]

Quinto Grado

Estándares de Contenido Académico de Matemáticas.

Para el final del quinto grado los estudiantes incrementan su facilidad con las cuatro operaciones aritméticas básicas aplicadas a fracciones, decimales, números positivos y negativos. Conocen y usan unidades comunes de medición para determinar la longitud y el área, además de conocer y utilizar fórmulas para determinar el volumen de figuras geométricas simples. Los estudiantes conocen el concepto de la medición de los ángulos y utilizan el transportador y el compás para resolver problemas. Utilizan cuadrículas, tablas, gráficas y esquemas para registrar y analizar datos.

Sentido Numérico

1.0 Los estudiantes hacen cálculos con números muy grandes y muy pequeños, números enteros positivos, decimales y fracciones y entienden la relación entre decimales, fracciones y porcentajes. Entienden las magnitudes relativas de los números:

1.1 Valoran, redondean y manipulan números muy grandes (ej., millones) y muy pequeños (ej., milésimas).

1.2 Interpretan los porcentajes como parte de una centena; encuentran decimales y equivalentes porcentuales para fracciones comunes y explican por qué representan el mismo valor; calculan un porcentaje dado de un número entero.

1.3 Entienden y calculan las potencias enteras positivas de números enteros no negativos; calculan ejemplos como multiplicación repetida.

1.4 Determinan los factores primos de todos los números hasta 50 y escriben los números como producto de sus factores primos usando exponentes para mostrar los múltiplos de un factor (ej., $24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 = 2^3 \times 3$).

1.5 Identifican y representan decimales, fracciones, números mixtos y enteros positivos y negativos en una recta numérica.

2.0 Los estudiantes realizan cálculos y resuelven problemas que incluyen suma, resta y multiplicación y división simple de fracciones y decimales:

2.1 Suman, restan, multiplican y dividen con decimales, suman con enteros negativos, restan enteros positivos de enteros negativos y verifican si los resultados son razonables.

2.2 Demuestran su nivel de competencia en la división, incluyendo la división con decimales positivos y divisiones largas con divisores de números múltiples.

2.3 Resuelven problemas simples, incluyendo aquéllos que surgen en situaciones concretas e implican la suma y resta de fracciones y números mixtos (igual y distinto denominador de 20 o menos), y expresan las respuestas en la forma más simple.

2.4 Entienden el concepto de multiplicación y división de fracciones.

2.5 Calculan y realizan la multiplicación y división simple de fracciones y aplican estos procedimientos a la resolución de problemas.

Álgebra y Funciones

1.0 Los estudiantes utilizan variables en expresiones simples, calculan el valor de la expresión para valores específicos de la variable y crean gráficas e interpretan los resultados:

1.1 Utilizan la información de una gráfica o ecuación para responder a preguntas sobre un problema.

1.2 Utilizan una letra para representar un número desconocido; escriben y evalúan expresiones algebraicas simples en una variable mediante la sustitución.

1.3 Conocen y usan la propiedad distributiva en ecuaciones y expresiones con variables.

1.4 Identifican y grafican pares ordenados en los cuatro cuadrantes del plano de coordenadas.

1.5 Resuelven problemas que incluyen funciones lineales con valores enteros, escriben la ecuación y crean gráficas con los pares ordenados resultantes de enteros en una cuadrícula.

Medición y Geometría

1.0 Los estudiantes entienden y calculan los volúmenes y áreas de objetos simples.

1.1 Derivan y usan la fórmula para el área de un triángulo y de un paralelogramo comparándolos con la fórmula para el área de un rectángulo (es decir, dos triángulos iguales forman un paralelogramo que tiene el doble del área; el paralelogramo se compara con un rectángulo con la misma área cortando y pegando un triángulo recto en el paralelogramo).

1.2 Construyen un cubo y una caja rectangular utilizando patrones bidimensionales y utilizan estos patrones para calcular la superficie de estos objetos.

1.3 Entienden el concepto de volumen y utilizan las unidades adecuadas en sistemas de mediciones comunes (es decir, centímetro cúbico [cm^3], metro cúbico [m^3], pulgada cúbica [in^3], yarda cúbica [yd^3]) para calcular el volumen de sólidos rectangulares.

1.4 Diferencian y usan las unidades adecuadas para mediciones de objetos bidimensionales y tridimensionales (es decir, determinan el perímetro, el área, el volumen).

2.0 Los estudiantes identifican, describen y clasifican las propiedades y las interrelaciones de las figuras geométricas planas y sólidas:

2.1 Miden, identifican y dibujan ángulos, líneas perpendiculares y paralelas, rectángulos y triángulos usando las herramientas apropiadas (ej., regla, compás, transportador, software de dibujo).

2.2 Saben que la suma de los ángulos de cualquier triángulo es 180° y que la suma de los ángulos de cualquier cuadrilátero es 360° y utilizan esta información para resolver problemas.

2.3 Visualizan y dibujan vistas bidimensionales de objetos tridimensionales hechos con sólidos rectangulares.

Estadística, Análisis de Datos y Probabilidad

1.0 Los estudiantes muestran, analizan, comparan e interpretan diferentes conjuntos de datos, incluyendo conjuntos de datos de diferentes tamaños:

1.1 Conocen los conceptos de promedio, mediana y modo; calculan y comparan ejemplos simples para demostrar que pueden diferir.

1.2 Organizan y muestran datos de una sola variable en gráficas y representaciones apropiadas (ej., histogramas, gráficas circulares) y explican los tipos de gráficas adecuados para diferentes conjuntos de datos.

1.3 Utilizan fracciones y porcentajes para comparar conjuntos de datos de diferentes tamaños.

1.4 Identifican pares ordenados de datos de una gráfica e interpretan el significado de los datos en términos de la situación que muestra la gráfica.

1.5 Saben cómo escribir correctamente pares ordenados; por ejemplo, (x, y) .

Razonamiento Matemático

1.0 Los estudiantes toman decisiones para resolver problemas:

1.1 Analizan problemas al identificar relaciones, distinguir información relevante de la irrelevante, poner la información en secuencia y orden de prioridad y observar patrones.

1.2 Determinan cuándo y cómo descomponer un problema en partes más simples.

2.0 Los estudiantes utilizan estrategias, habilidades y conceptos para determinar soluciones:

2.1 Usan cálculos para verificar si los resultados calculados son razonables.

2.2 Aplican estrategias y resultados de problemas más simples a problemas más complejos.

2.3 Utilizan diversos métodos como palabras, números, símbolos, tablas, gráficas, diagramas y modelos para explicar el razonamiento matemático.

2.4 Expresan la solución de forma clara y lógica al utilizar la notación y los términos matemáticos adecuados, así como un lenguaje claro; respaldan las soluciones con evidencia tanto verbal como simbólica.

2.5 Indican las ventajas relativas de las soluciones exactas y aproximadas de los problemas y dan respuestas con un cierto grado de precisión.

2.6 Realizan cálculos precisos y verifican la validez de los resultados a partir del contexto del problema.

3.0 Los estudiantes avanzan más allá de un problema particular al generalizarlo a otras situaciones:

3.1 Evalúan si la solución es razonable dentro del contexto de la situación original.

3.2 Observan el método para derivar la solución y demostrar el entendimiento conceptual de la derivación al resolver problemas similares.

3.3 Desarrollan generalizaciones de los resultados obtenidos y los aplican en otras circunstancias.

[NOTE TO LOCAL EDUCATIONAL AGENCIES (LEAs): As a form of assistance to LEAs, the California Department of Education (CDE) offers this translation free of charge. Because there can be variations in translation, the CDE recommends that LEAs confer with local translators to determine any need for additions or modifications, including the addition of local contact information or local data, or modifications in language to suit the needs of specific language groups in the local community. If you have comments or questions regarding the translation, please e-mail the Clearinghouse for Multilingual Documents (CMD) at cmd@cde.ca.gov.]

Sexto Grado

Estándares de Contenido Académico de Matemáticas.

Para el final del sexto grado los estudiantes ya dominan las cuatro operaciones aritméticas con números enteros, fracciones positivas, decimales positivos, así como enteros positivos y negativos; pueden calcular y resolver problemas con precisión. Aplican su conocimiento a la estadística y la probabilidad. Los estudiantes entienden los conceptos de promedio, mediana y modo para los conjuntos de datos y cómo calcular el rango. Analizan datos y procesos de muestreos en busca de posibles desviaciones y conclusiones engañosas; utilizan la suma y multiplicación de fracciones de forma rutinaria para calcular las probabilidades de eventos compuestos. Los estudiantes entienden conceptualmente las relaciones y proporciones y trabajan con ellas; calculan porcentajes (ej., impuestos, propinas, intereses). Los estudiantes conocen pi y las fórmulas para calcular la circunferencia y el área de un círculo. Usan letras en lugar de números en fórmulas que incluyen formas geométricas y en razones para representar una parte desconocida de una expresión. Resuelven ecuaciones lineales de un paso.

Sentido Numérico

1.0 Los estudiantes comparan y ordenan fracciones positivas y negativas, decimales y números mixtos. Los estudiantes resuelven problemas que incluyen fracciones, razones, proporciones y porcentajes:

1.1 Comparan y ordenan fracciones positivas y negativas, decimales y números mixtos y los colocan sobre una recta numérica.

1.2 Interpretan y utilizan razones en diferentes contextos (ej., promedio de bateo, millas por hora) para mostrar los tamaños relativos de dos cantidades, utilizando las notaciones adecuadas (a/b , a hasta b , $a:b$).

1.3 Utilizan proporciones para resolver problemas (ej., determinar el valor de N si $4/7 = N/21$, encontrar la longitud del lado de un polígono similar a un polígono conocido). Utilizan la multiplicación cruzada como un método para resolver tales problemas, entendiéndola como la multiplicación de ambos lados de una ecuación por un inverso multiplicativo.

1.4 Calculan porcentajes dados de cantidades y resuelven problemas que incluyen descuentos en ventas, intereses obtenidos y propinas.

2.0 Los estudiantes calculan y resuelven problemas que incluyen la suma, resta, multiplicación y división:

2.1 Resuelven problemas que incluyen la suma, resta, multiplicación y división de fracciones positivas y explican por qué se utilizó una operación específica para una situación dada.

2.2 Explican el significado de la multiplicación y división de fracciones positivas y realizan los cálculos (ej., $5/8 \div 15/16 = 5/8 \times 16/15 = 2/3$).

2.3 Resuelven problemas de suma, resta, multiplicación y división, incluyendo aquéllos que surgen en situaciones concretas y utilizan enteros positivos y negativos, así como combinaciones de estas operaciones.

2.4 Determinan el mínimo común múltiplo y el máximo común divisor de números enteros y los usan para resolver problemas con fracciones (ej., para obtener el denominador común para sumar dos fracciones o la forma reducida de una fracción).

Álgebra y Funciones

1.0 Los estudiantes escriben expresiones verbales y oraciones como expresiones algebraicas y ecuaciones; evalúan expresiones algebraicas, resuelven ecuaciones lineales simples y crean gráficas e interpretan sus resultados:

1.1 Escriben y resuelven ecuaciones lineales de un paso con una variable.

1.2 Escriben y evalúan una expresión algebraica para una situación dada, usando hasta tres variables.

1.3 Aplican el orden algebraico de las operaciones y las propiedades conmutativa, asociativa y distributiva para evaluar expresiones, y justifican cada paso del proceso.

1.4 Resuelven problemas de forma manual utilizando el orden correcto de las operaciones o utilizando una calculadora científica.

2.0 Los estudiantes analizan y utilizan tablas, gráficas y reglas para resolver problemas que incluyen tasas y proporciones:

2.1 Convierten una unidad de medición a otra (ej., de pies a millas, de centímetros a pulgadas).

2.2 Demuestran y entienden que la *tasas* es la medida de una cantidad por el valor unitario de otra cantidad.

2.3 Resuelven problemas que incluyen tasas, velocidad promedio, distancia y tiempo.

3.0 Los estudiantes investigan patrones geométricos y los describen algebraicamente:

3.1 Usan variables en expresiones que describen cantidades geométricas (ej., $P = 2w + 2l$, $A = 1/2bh$, $C = \pi d$ – las fórmulas del perímetro de un rectángulo, el área de un triángulo y la circunferencia de un círculo, respectivamente).

3.2 Expresan de forma simbólica relaciones simples que surgen de la geometría.

Medición y Geometría

1.0 Los estudiantes incrementan su entendimiento de la medición de formas planas y sólidas y utilizan este entendimiento para resolver problemas:

1.1 Entienden el concepto de constante como π ; conocen las fórmulas para la circunferencia y el área de un círculo.

1.2 Conocen los cálculos comunes de π (3.14; 22/7) y utilizan estos valores para valorar y calcular la circunferencia y el área de círculos, comparándolos con mediciones reales.

1.3 Conocen y utilizan las fórmulas para el volumen de prismas triangulares y cilindros (área de la base por altura); comparan estas fórmulas y explican la similitud entre las mismas y la fórmula para calcular el volumen de un sólido rectangular.

2.0 Los estudiantes identifican y describen las propiedades de las figuras bidimensionales:

2.1 Identifican los ángulos como verticales, adyacentes, complementarios o suplementarios y dan descripciones de estos términos.

2.2 Usan las propiedades de los ángulos complementarios y suplementarios, así como la suma de los ángulos de un triángulo, para resolver problemas que incluyen un ángulo desconocido.

2.3 Dibujan cuadriláteros y triángulos a partir de información dada sobre los mismos (ej., un cuadrilátero que tiene lados iguales pero no tiene ángulos rectos, un triángulo isósceles recto).

Estadística, Análisis de Datos y Probabilidad

1.0 Los estudiantes calculan y analizan mediciones estadísticas de conjuntos de datos:

1.1 Calculan el rango, el promedio, la mediana y el modo de conjuntos de datos.

1.2 Entienden cómo los datos adicionales de los conjuntos de datos pueden afectar los cálculos de las medidas de la tendencia central.

1.3 Entienden cómo la inclusión o exclusión de valores atípicos afecta las mediciones de la tendencia central.

1.4 Saben por qué la medición específica de una tendencia central (promedio, mediana) proporciona la información más útil en un contexto dado.

2.0 Los estudiantes utilizan muestras de datos de una población y describen las características y limitaciones de las muestras:

2.1 Comparan diferentes muestras de una población con los datos de la población entera e identifican una situación en la que tiene sentido utilizar una muestra.

2.2 Identifican diferentes maneras de seleccionar una muestra (ej., muestreo de conveniencia, respuestas en una encuesta, muestreo aleatorio) y qué método hace que la muestra sea más representativa para una población dada.

2.3 Analizan presentaciones de datos y explican la influencia que puede haber tenido la manera en la que se expresó la pregunta en los resultados que se obtuvieron y por qué la manera en que se muestran los resultados puede haber influido en las conclusiones alcanzadas.

2.4 Identifican datos que representan errores de muestreo y explican por qué la muestra (y la presentación) puede tener un sesgo.

2.5 Identifican afirmaciones basadas en datos estadísticos y, en casos simples, evalúan la validez de las mismas.

3.0 Los estudiantes determinan las probabilidades teóricas y experimentales y las utilizan para hacer predicciones sobre eventos:

3.1 Representan todos los posibles resultados de eventos compuestos en una manera organizada (ej., tablas, cuadrículas, diagramas arbóreos) y expresan la probabilidad teórica de cada resultado.

3.2 Usan datos para calcular la probabilidad de eventos futuros (ej., promedios de bateo o números de accidentes por milla conducida).

3.3 Representan probabilidades como razones, proporciones, decimales entre 0 y 1, y porcentajes entre 0 y 100, y verifican que las probabilidades calculadas sean razonables; saben que si P es la probabilidad de un evento, $1 - P$ es la probabilidad de que el evento no ocurra.

3.4 Entienden que la probabilidad de que ocurra cualquiera de dos eventos inconexos es la suma de las dos probabilidades individuales y que la probabilidad de que un evento siga al otro, en estudios independientes, es producto de las dos probabilidades.

3.5 Entienden la diferencia entre eventos independientes y dependientes.

Razonamiento Matemático

1.0 Los estudiantes toman decisiones para resolver problemas:

1.1 Analizan problemas al identificar relaciones, distinguir información relevante de la irrelevante, identificar la información faltante, poner la información en secuencia y orden de prioridad, y observar patrones.

1.2 Formulan y justifican conjeturas matemáticas basadas en la descripción general de la pregunta o problema matemático presentado.

1.3 Determinan cuándo y cómo descomponer un problema en partes más simples.

2.0 Los estudiantes utilizan estrategias, habilidades y conceptos para determinar soluciones:

2.1 Usan cálculos para verificar si los resultados calculados son razonables.

2.2 Aplican estrategias y resultados de problemas más simples a problemas más complejos.

2.3 Calculan cantidades desconocidas en forma gráfica y las resuelven utilizando el razonamiento lógico, así como técnicas aritméticas y algebraicas.

2.4 Utilizan diversos métodos como palabras, números, símbolos, tablas, gráficas, diagramas y modelos para explicar el razonamiento matemático.

2.5 Expresan la solución de forma clara y lógica al utilizar la notación y los términos matemáticos adecuados, así como un lenguaje claro; respaldan las soluciones con evidencia tanto verbal como simbólica.

2.6 Indican las ventajas relativas de las soluciones exactas y aproximadas de los problemas y dan respuestas con un cierto grado de precisión.

2.7 Realizan cálculos precisos y verifican la validez de los resultados a partir del contexto del problema.

3.0 Los estudiantes avanzan más allá de un problema particular al generalizarlo a otras situaciones:

3.1 Evalúan si la solución es razonable dentro del contexto de la situación original.

3.2 Observan el método para derivar la solución y demostrar el entendimiento conceptual de la derivación al resolver problemas similares.

3.3 Desarrollan generalizaciones de los resultados obtenidos y las estrategias utilizadas y las aplican a nuevas situaciones de problemas.

[NOTE TO LOCAL EDUCATIONAL AGENCIES (LEAs): As a form of assistance to LEAs, the California Department of Education (CDE) offers this translation free of charge. Because there can be variations in translation, the CDE recommends that LEAs confer with local translators to determine any need for additions or modifications, including the addition of local contact information or local data, or modifications in language to suit the needs of specific language groups in the local community. If you have comments or questions regarding the translation, please e-mail the Clearinghouse for Multilingual Documents (CMD) at cmd@cde.ca.gov.]

Séptimo Grado

Estándares de Contenido Académico de Matemáticas.

Al finalizar el séptimo grado los estudiantes son expertos en la manipulación de números y ecuaciones y entienden los principios generales involucrados. Los estudiantes entienden y usan la factorización de numeradores y denominadores y las propiedades de exponentes. Conocen el teorema de Pitágoras y resuelven problemas donde calculan la longitud de un lado desconocido. Los estudiantes saben cómo calcular la superficie y el volumen de objetos tridimensionales básicos y entienden cómo el área y el volumen cambian con un cambio en la escala. Los estudiantes realizan conversiones entre diferentes unidades de medición. Conocen y utilizan diferentes representaciones de números fraccionarios (fracciones, decimales y porcentajes) y son hábiles cambiando de una a otra. Incrementan la facilidad de uso de razones y proporciones, calculan porcentajes de incremento y disminución y calculan intereses simples y compuestos. Crean gráficas de funciones lineales y entienden la idea de la pendiente y su relación con la razón.

Sentido Numérico

1.0 Los estudiantes conocen las propiedades y realizan cálculos con números racionales expresados en diversas formas:

1.1 Leen, escriben y comparan números racionales en notación científica (potencias positivas y negativas de 10) con números aproximados utilizando la notación científica.

1.2 Suman, restan, multiplican y dividen números racionales (enteros, fracciones y decimales finitos) y elevan números racionales positivos a potencias de números enteros.

1.3 Convierten fracciones a decimales y porcentajes y utilizan estas representaciones en valoraciones, cálculos y aplicaciones.

1.4 Diferencian entre números racionales e irracionales.

1.5 Saben que cada número racional es un decimal finito o repetitivo y pueden convertir decimales finitos en fracciones reducidas.

1.6 Calculan el porcentaje de incremento y disminución de una cantidad.

1.7 Resuelven problemas que involucran descuentos, márgenes, comisiones y ganancias, y calculan intereses simples y compuestos.

2.0 Los estudiantes usan exponentes, potencias y raíces, y utilizan exponentes para trabajar con fracciones:

2.1 Entienden los exponentes de números enteros negativos. Multiplican y dividen expresiones que incluyen exponentes con una base común.

2.2 Suman y restan fracciones utilizando la factorización para determinar los denominadores comunes.

2.3 Multiplican, dividen y simplifican números racionales usando las reglas de los exponentes.

2.4 Utilizan la relación inversa entre elevar a una potencia y extraer la raíz de un entero cuadrado perfecto; para un entero que no es un cuadrado, determinan sin calculadora los dos enteros entre los cuales yace la raíz cuadrada y explican por qué.

2.5 Entienden el significado del valor absoluto de un número, interpretan el valor absoluto como la distancia de un número desde cero sobre una recta numérica y determinan el valor absoluto de los números reales.

Álgebra y Funciones

1.0 Los estudiantes expresan relaciones cuantitativas utilizando terminología, expresiones, ecuaciones, desigualdades y gráficas algebraicas:

1.1 Utilizan variables y operaciones adecuadas para escribir una expresión, una ecuación, una desigualdad o un sistema de ecuaciones o desigualdades que represente una descripción verbal (ej., tres menos un número, la mitad de grande que el área A).

1.2 Usan el orden correcto de las operaciones para evaluar expresiones algebraicas como $3(2x + 5)^2$.

1.3 Simplifican expresiones numéricas aplicando las propiedades de los números racionales (ej., identidad, inversa, distributiva, asociativa, conmutativa) y justificando el proceso utilizado.

1.4 Utilizan correctamente la terminología algebraica (ej., variable, ecuación, término, coeficiente, desigualdad, expresión, constante).

1.5 Representan gráficamente las relaciones cuantitativas e interpretan el significado de una parte específica de una gráfica en la situación representada por la misma.

2.0 Los estudiantes interpretan y evalúan expresiones que involucran potencias enteras y raíces simples:

2.1 Interpretan números enteros positivos como multiplicación repetida y números enteros negativos como división repetida o multiplicación por el inverso multiplicativo. Simplifican y evalúan expresiones que incluyen exponentes.

2.2 Multiplican y dividen monomios; extienden el proceso de elevar a la potencia y extraer raíces a monomios cuando los últimos resultan en un monomio con un exponente entero.

3.0 Los estudiantes crean gráficas e interpretan funciones lineales y algunas funciones no lineales:

3.1 Crean gráficas de funciones de la forma $y = nx^2$ e $y = nx^3$ y las usan para resolver problemas.

3.2 Crean gráficas de los valores de los volúmenes de formas tridimensionales de diversos valores de longitud de borde (ej., cubos con longitudes variables de borde o un prisma triangular con una altura fija y una base de triángulo equilátero de diferentes longitudes).

3.3 Crean gráficas de funciones lineales indicando que el cambio vertical (cambio en el valor y) por unidad de cambio horizontal (cambio en el valor x) siempre es igual y saben que la relación ("elevación sobre extensión") se conoce como la pendiente de una gráfica.

3.4 Crean gráficas de los valores de cantidades cuyas razones son siempre iguales (ej., costo a número de artículo, pieza a pulgadas, circunferencia a diámetro de un círculo). Ajustan la línea en la gráfica y entienden que la pendiente de la línea es igual a las cantidades.

4.0 Los estudiantes resuelven ecuaciones lineales simples y las desigualdades de los números racionales:

4.1 Resuelven desigualdades y ecuaciones lineales de dos pasos en una variable de los números racionales, interpretan la solución o soluciones en el contexto dentro del que surgen y verifican si los resultados son razonables.

4.2 Resuelven problemas de múltiples pasos que incluyen relación, velocidad promedio, distancia y tiempo o una variación directa.

Medición y Geometría

1.0 Los estudiantes eligen unidades adecuadas de medición y utilizan las razones para realizar conversiones entre y dentro de los sistemas métricos para resolver problemas:

1.1 Comparan pesos, capacidades, medidas geométricas, tiempos y temperaturas en sistemas de medición y entre ellos (ej., millas por hora y pies por segundo, pulgadas cúbicas a centímetros cúbicos).

1.2 Construyen y leen diagramas y modelos a escala.

1.3 Usan mediciones expresadas como razones (ej., velocidad, densidad) y como productos (ej., días-persona) para resolver problemas; verifican las unidades de las soluciones; usan análisis dimensionales para verificar si las respuestas son razonables.

2.0 Los estudiantes calculan el perímetro, área y volumen de objetos geométricos comunes y usan los resultados para encontrar medidas de objetos menos comunes. Saben cómo se ven afectados el perímetro, el área y el volumen por los cambios de la escala:

2.1 Usan fórmulas de manera rutinaria para determinar el perímetro y el área de figuras básicas bidimensionales, así como la superficie y el volumen de figuras tridimensionales básicas, incluyendo rectángulos, paralelogramos, trapezoides, cuadrados, triángulos, círculos, prismas y cilindros.

2.2 Valoran y calculan el área de figuras bidimensionales y tridimensionales más complejas o irregulares separando las figuras en objetos geométricos más básicos.

2.3 Calculan la longitud del perímetro, la superficie de las caras y el volumen de un objeto tridimensional construido a partir de sólidos rectangulares. Entienden que cuando se multiplican las longitudes de todas las dimensiones por un factor de escala, la superficie se multiplica por el cuadrado del factor de escala y el volumen se multiplica por el cubo del factor de escala.

2.4 Relacionan los cambios en las mediciones con un cambio de la escala con respecto a las unidades utilizadas (ej., pulgadas cuadradas, pies cúbicos) y las conversiones entre unidades (1 pie cuadrado = 144 pulgadas cuadradas o $[1 \text{ pie}^2] = [144 \text{ pulg.}^2]$, 1 pulgada cúbica es aproximadamente 16.38 centímetros cúbicos o $[1 \text{ pulg.}^3] = [16.38 \text{ cm}^3]$).

3.0 Los estudiantes conocen el teorema de Pitágoras y profundizan en su entendimiento de las formas geométricas planas y sólidas construyendo figuras que cumplen con ciertas condiciones e identifican los atributos de las figuras:

3.1 Identifican y construyen elementos básicos de figuras geométricas (ej., altitudes, puntos medios, biangulares, bisector del ángulo y bisectores perpendiculares; ángulos centrales, radios, diámetros y cuerdas de los círculos) utilizando un compás y una regla.

3.2 Entienden y utilizan las gráficas de las coordenadas para crear gráficas de figuras simples, determinar longitudes y áreas relacionadas con las mismas y determinar su imagen bajo traslaciones y reflexiones.

3.3 Conocen y entienden el teorema de Pitágoras y su conversión y uso para encontrar la longitud del lado faltante de un triángulo recto, así como las longitudes de otros segmentos de línea y, en algunas situaciones, verifican el teorema de Pitágoras por medición directa.

3.4 Demuestran y entienden las condiciones que indican que dos figuras geométricas son congruentes y qué significa la congruencia sobre las relaciones entre los lados y ángulos de las dos figuras.

3.5 Construyen patrones bidimensionales de modelos tridimensionales como cilindros, prismas y conos.

3.6 Identifican elementos de objetos geométricos tridimensionales (ej., diagonales de sólidos rectangulares) y describen cómo se relacionan dos o más objetos en el espacio (ej., líneas oblicuas, las maneras en que se pueden interceptar tres planos).

Estadística, Análisis de Datos y Probabilidad

1.0 Los estudiantes reúnen, organizan y representan conjuntos de datos con una o más variables e identifican relaciones entre variables dentro de un conjunto de datos manualmente y mediante el uso de programas electrónicos de hojas de cálculo:

1.1 Conocen diversas formas para presentar conjuntos de datos, incluyendo diagramas de tallo y hojas o de caja y bigotes; usan las formas para presentar un solo conjunto de datos o para comparar dos conjuntos de datos.

1.2 Representan dos variables numéricas en un diagrama de dispersión y describen informalmente cómo se distribuyen los puntos de datos, así como cualquier relación aparente existente entre las dos variables (ej., entre el tiempo pasado haciendo la tarea y el grado escolar).

1.3 Entienden el significado y pueden calcular el mínimo, el cuartil inferior, la mediana, el cuartil superior y el máximo de un conjunto de datos.

Razonamiento Matemático

1.0 Los estudiantes toman decisiones para resolver problemas:

1.1 Analizan problemas al identificar relaciones, distinguir información relevante de la irrelevante, identificar la información faltante, poner la información en secuencia y orden de prioridad, y observar patrones.

1.2 Formulan y justifican conjeturas matemáticas basadas en la descripción general de la pregunta o problema matemático presentado.

1.3 Determinan cuándo y cómo descomponer un problema en partes más simples.

2.0 Los estudiantes utilizan estrategias, habilidades y conceptos para determinar soluciones:

2.1 Usan cálculos para verificar si los resultados calculados son razonables.

2.2 Aplican estrategias y resultados de problemas más simples a problemas más complejos.

2.3 Calculan cantidades desconocidas en forma gráfica y las resuelven utilizando el razonamiento lógico, así como técnicas aritméticas y algebraicas.

2.4 Realizan y prueban conjeturas con un razonamiento inductivo y deductivo.

2.5 Utilizan diversos métodos como palabras, números, símbolos, tablas, gráficas, diagramas y modelos para explicar el razonamiento matemático.

2.6 Expresan la solución de forma clara y lógica al utilizar la notación y los términos matemáticos adecuados, así como un lenguaje claro; respaldan las soluciones con evidencia tanto verbal como simbólica.

2.7 Indican las ventajas relativas de las soluciones exactas y aproximadas de los problemas y dan respuestas con un cierto grado de precisión.

2.8 Realizan cálculos precisos y verifican la validez de los resultados a partir del contexto del problema.

3.0 Los estudiantes determinan que una solución está completa y avanzan de un problema en particular generalizándolo a otras situaciones:

3.1 Evalúan si la solución es razonable dentro del contexto de la situación original.

3.2 Observan el método para derivar la solución y demostrar el entendimiento conceptual de la derivación al resolver problemas similares.

3.3 Desarrollan generalizaciones de los resultados obtenidos y las estrategias utilizadas y las aplican a nuevas situaciones de problemas.

[NOTE TO LOCAL EDUCATIONAL AGENCIES (LEAs): As a form of assistance to LEAs, the California Department of Education (CDE) offers this translation free of charge. Because there can be variations in translation, the CDE recommends that LEAs confer with local translators to determine any need for additions or modifications, including the addition of local contact information or local data, or modifications in language to suit the needs of specific language groups in the local community. If you have comments or questions regarding the translation, please e-mail the Clearinghouse for Multilingual Documents (CMD) at cmd@cde.ca.gov.]

Introducción: Grados Ocho a Doce

Estándares de Contenido Académico de Matemáticas.

Los estándares de los grados ocho a doce están organizados de una manera diferente a los estándares del jardín de infancia al séptimo grado. En esta sección las cadenas no se utilizan con propósitos de organización como en los grados elementales, puesto que las matemáticas que se estudian de los grados ocho a doce se clasifican naturalmente bajo nombres de disciplinas: álgebra, geometría, etc. Muchas escuelas imparten este material en los cursos tradicionales; otras lo hacen en un programa integrado. Con el fin de que las agencias locales de educación y los maestros tengan una cierta flexibilidad, los estándares de los grados ocho a doce no requieren que una determinada disciplina deba iniciarse y completarse en un solo grado. El contenido básico de estas materias debe quedar cubierto. Se espera que los estudiantes alcancen los estándares independientemente de cómo se impartan estas materias.

Se proporcionan estándares para álgebra I, geometría, álgebra II, trigonometría, análisis matemático, álgebra lineal, probabilidad y estadística, probabilidad y estadística avanzada y cálculo. Muchas de las materias más avanzadas no se imparten en todas las escuelas intermedias o secundarias. Además, las escuelas y distritos tienen diferentes modos de combinar las materias de estas diversas disciplinas. Por ejemplo, muchas escuelas combinan trigonometría, análisis matemático y álgebra lineal para formar un curso de precálculo. Algunos distritos prefieren impartir el contenido de trigonometría en álgebra II.

La Tabla 1, "Disciplinas Matemáticas por Grado Escolar", refleja las agrupaciones típicas por grado escolar de estas disciplinas en planes de estudio integrados y tradicionales. La región ligeramente sombreada refleja los requisitos mínimos de dominio para todos los estudiantes. La región en color más oscuro muestra contenido generalmente considerado como electivo, pero que también deben dominar los estudiantes que completan las otras disciplinas de los niveles inferiores y continúan con el estudio de las matemáticas.

Tabla 1

Disciplinas Matemáticas por Grado Escolar

Disciplina	Grado Ocho	Grado Nueve	Grado Diez	Grado Once	Grado Doce
Álgebra I	Requerida	Requerida	Requerida	Requerida	Requerida
Geometría	Requerida	Requerida	Requerida	Requerida	Requerida
Álgebra II	Requerida	Requerida	Requerida	Requerida	Requerida
Probabilidad y Estadística	Requerida	Requerida	Requerida	Requerida	Requerida
Trigonometría			Electiva	Electiva	Electiva
Álgebra Lineal			Electiva	Electiva	Electiva
Análisis Matemático			Electiva	Electiva	Electiva
Probabilidad y Estadística Avanzadas			n/a	Electiva	Electiva
Cálculo			n/a	Electiva	Electiva

Es posible realizar muchas otras combinaciones de estas materias avanzadas. Lo que se describe en esta sección son los estándares del contenido académico por disciplina; este documento no apoya ninguna elección específica de estructura para los cursos ni ningún método en particular para impartir el contenido matemático.

Cuando los alumnos estudian matemáticas, no solamente obtienen un entendimiento conceptual de los principios matemáticos, sino también conocimiento y experiencia con el razonamiento puro. Una de las metas más importantes de las matemáticas es enseñar razonamiento lógico a los estudiantes. El razonamiento lógico inherente al estudio de las matemáticas permite amplias aplicaciones en situaciones donde se pueden encontrar respuestas precisas a problemas prácticos.

Para el grado ocho se debe haber afinado la sensibilidad matemática de los estudiantes. Los estudiantes deben empezar a percibir las sutilezas lógicas y apreciar la necesidad de argumentos matemáticos sólidos antes de llegar a una conclusión. Conforme los estudiantes progresan en el estudio de las matemáticas aprenden a distinguir entre el razonamiento inductivo y el deductivo; entienden el significado de la implicación lógica; ponen a prueba las afirmaciones generales; se dan cuenta de que basta un ejemplo contrario para demostrar que una aseveración general es falsa; entienden conceptualmente que aunque en algunos casos una aseveración general es verdadera, no lo es

para todos los casos; distinguen entre algo que se ha comprobado y un mero argumento de plausibilidad; e identifican errores lógicos en las cadenas de razonamiento.

El razonamiento matemático y el entendimiento conceptual no están separados del contenido; son intrínsecos a la disciplina matemática que los estudiantes dominan a niveles más avanzados.

[NOTE TO LOCAL EDUCATIONAL AGENCIES (LEAs): As a form of assistance to LEAs, the California Department of Education (CDE) offers this translation free of charge. Because there can be variations in translation, the CDE recommends that LEAs confer with local translators to determine any need for additions or modifications, including the addition of local contact information or local data, or modifications in language to suit the needs of specific language groups in the local community. If you have comments or questions regarding the translation, please e-mail the Clearinghouse for Multilingual Documents (CMD) at cmd@cde.ca.gov.]

Análisis Matemático

Grados Ocho a Doce - Estándares de Contenido Académico de Matemáticas.

Esta disciplina combina muchas de las técnicas de trigonometría, geometría y álgebra que se requieren para preparar a los estudiantes para el estudio del cálculo y fortalecen su entendimiento conceptual de los problemas y el razonamiento matemático para la solución de problemas. Estos estándares toman una perspectiva funcional con respecto a los temas. El concepto nuevo más importante es el de los límites. Frecuentemente, el análisis matemático se combina con un curso de trigonometría o quizá con uno de álgebra lineal para crear un curso de precálculo de un año.

1.0 Los estudiantes están familiarizados con las coordenadas y vectores polares y pueden aplicarlos en el plano. En particular, pueden trasladar entre coordenadas polares y rectangulares e interpretar gráficamente las coordenadas y vectores polares.

2.0 Los estudiantes son hábiles en la aritmética con números complejos. Pueden usar la forma trigonométrica de los números complejos y entender que una función y una variable compleja se pueden ver como una función de dos variables reales. Conocen la prueba del teorema de DeMoivre.

3.0 Los estudiantes pueden dar pruebas de diversas fórmulas utilizando la técnica de inducción matemática.

4.0 Los estudiantes conocen el enunciado y aplican el teorema fundamental del álgebra.

5.0 Los estudiantes están familiarizados con secciones cónicas, tanto analítica como geoméricamente:

5.1 Los estudiantes pueden tomar una ecuación cuadrática de dos variables, ponerla en forma estándar completando el cuadro y usar rotaciones y traslaciones si es necesario; determinar el tipo de sección cónica que representa la ecuación y determinar sus componentes geométricos (focos, asíntotas, etc.).

5.2 Los estudiantes pueden tomar una descripción geométrica de una sección cónica, por ejemplo, el locus de los puntos cuya suma de las distancias de $(1, 0)$ y $(-1, 0)$ es 6, y derivar una ecuación cuadrática que la represente.

6.0 Los estudiantes encuentran las raíces y los polos de una función racional y pueden crear gráficas de la función y ubicar sus asíntotas.

7.0 Los estudiantes demuestran un entendimiento de funciones y ecuaciones definidas de forma paramétrica y representarlas en gráficas.

8.0 Los estudiantes están familiarizados con la noción del límite de una secuencia y el límite de una función conforme la variable independiente se acerca a un número o al infinito. Determinan si ciertas secuencias convergen o divergen.

[NOTE TO LOCAL EDUCATIONAL AGENCIES (LEAs): As a form of assistance to LEAs, the California Department of Education (CDE) offers this translation free of charge. Because there can be variations in translation, the CDE recommends that LEAs confer with local translators to determine any need for additions or modifications, including the addition of local contact information or local data, or modifications in language to suit the needs of specific language groups in the local community. If you have comments or questions regarding the translation, please e-mail the Clearinghouse for Multilingual Documents (CMD) at cmd@cde.ca.gov.]

Álgebra Lineal

Grados Ocho a Doce - Estándares de Contenido Académico de Matemáticas.

En esta disciplina la meta general es que los alumnos aprendan las técnicas de la manipulación de matrices para que puedan resolver sistemas de ecuaciones lineales con cualquier número de variables. Lo más frecuente es que el álgebra lineal se combine con otra materia como trigonometría, análisis matemático o precálculo.

- 1.0** Los estudiantes resuelven ecuaciones lineales con diferentes números de variables utilizando la eliminación de Gauss-Jordan.
- 2.0** Los estudiantes interpretan sistemas lineales como matrices de coeficientes y el método Gauss-Jordan como operaciones en fila de la matriz de coeficientes.
- 3.0** Los estudiantes reducen matrices rectangulares a la forma de escalón en fila.
- 4.0** Los estudiantes realizan la suma de matrices y vectores.
- 5.0** Los estudiantes realizan la multiplicación de matrices y multiplican vectores por matrices y escalares.
- 6.0** Los estudiantes demuestran su entendimiento de que los sistemas lineales son inconsistentes (no tienen soluciones), tienen exactamente una solución o tienen infinitas soluciones.
- 7.0** Los estudiantes muestran un entendimiento de la interpretación geométrica de vectores y la suma de vectores (por medio de paralelogramos) en el plano y en el espacio tridimensional.
- 8.0** Los estudiantes interpretan geoméricamente los conjuntos de soluciones de los sistemas de ecuaciones. Por ejemplo, el conjunto de soluciones de una sola ecuación lineal con dos variables se interpreta como una línea en el plano, y el conjunto de la solución de un sistema de dos por dos se interpreta como la intersección de un par de líneas en el plano.
- 9.0** Los estudiantes muestran su entendimiento de la noción del inverso de la matriz cuadrada y aplican dicho concepto a la solución de sistemas de ecuaciones lineales.

10.0 Los estudiantes calculan los determinantes de las matrices 2×2 y 3×3 y están familiarizados con sus interpretaciones geométricas como el área y el volumen de los paralelepípedos que incluyen las imágenes bajo las matrices de los vectores base estándar en espacios bidimensionales y tridimensionales.

11.0 Los estudiantes saben que una matriz cuadrada se puede invertir si y sólo si su determinante es diferente a cero. Pueden calcular la inversa de matrices 2×2 y 3×3 utilizando los métodos de reducción de fila o la regla de Cramer.

12.0 Los estudiantes calculan el producto escalar (punto) de dos vectores en el espacio dimensional n y saben que los vectores perpendiculares tienen un producto de punto cero.

[NOTE TO LOCAL EDUCATIONAL AGENCIES (LEAs): As a form of assistance to LEAs, the California Department of Education (CDE) offers this translation free of charge. Because there can be variations in translation, the CDE recommends that LEAs confer with local translators to determine any need for additions or modifications, including the addition of local contact information or local data, or modifications in language to suit the needs of specific language groups in the local community. If you have comments or questions regarding the translation, please e-mail the Clearinghouse for Multilingual Documents (CMD) at cmd@cde.ca.gov.]

Probabilidad y Estadística

Grados Ocho a Doce - Estándares de Contenido Académico de Matemáticas.

Esta disciplina es una introducción al estudio de la probabilidad, la interpretación de datos y la solución fundamental de problemas estadísticos. El dominio de este contenido académico dará a los estudiantes bases sólidas en probabilidad y mayor facilidad para procesar información estadística.

- 1.0** Los estudiantes conocen la definición de la noción de eventos independientes y pueden usar las reglas de suma, multiplicación y complementación para resolver las probabilidades de eventos específicos en espacios de muestras finitas.
- 2.0** Los estudiantes conocen la definición de probabilidad condicional y la usan para resolver probabilidades en espacios de muestras finitas.
- 3.0** Los estudiantes demuestran y entienden la noción de las variables aleatorias discretas y las usan para resolver las probabilidades de los resultados, como la probabilidad de que salga cara cinco veces en 14 volados.
- 4.0** Los estudiantes están familiarizados con la distribución estándar (normal, binomial y exponencial) y la pueden usar para resolver eventos en problemas en los cuales la distribución pertenece a dichas familias.
- 5.0** Los estudiantes determinan el promedio y la desviación estándar de una variable aleatoria normalmente distribuida.
- 6.0** Los estudiantes conocen las definiciones de promedio, mediana y modo de una distribución de datos y pueden calcular cada uno en situaciones específicas.
- 7.0** Los estudiantes calculan la varianza y desviación estándar de una distribución de datos.
- 8.0** Los estudiantes organizan y describen las distribuciones de datos utilizando diferentes métodos, incluyendo tablas de frecuencia, histogramas, gráficas lineales y de barra estándar, de tallo y hoja, de dispersión y de caja y bigotes.

[NOTE TO LOCAL EDUCATIONAL AGENCIES (LEAs): As a form of assistance to LEAs, the California Department of Education (CDE) offers this translation free of charge. Because there can be variations in translation, the CDE recommends that LEAs confer with local translators to determine any need for additions or modifications, including the addition of local contact information or local data, or modifications in language to suit the needs of specific language groups in the local community. If you have comments or questions regarding the translation, please e-mail the Clearinghouse for Multilingual Documents (CMD) at cmd@cde.ca.gov.]

Probabilidad y Estadística Avanzadas

Grados Ocho a Doce - Estándares de Contenido Académico de Matemáticas.

Esta disciplina es una extensión técnica y profunda de la probabilidad y la estadística. En particular, el dominio del contenido académico avanzado da a los estudiantes las bases para superar de manera satisfactoria los exámenes avanzados de estas materias.

1.0 Los estudiantes resuelven problemas de probabilidad con espacios de muestras finitas usando las reglas de suma, multiplicación y complementación para distribuciones de probabilidades y entienden las simplificaciones que surgen con eventos independientes.

2.0 Los estudiantes conocen la definición de probabilidad condicional y la usan para resolver probabilidades en espacios de muestras finitas.

3.0 Los estudiantes muestran su entendimiento de la noción de variables aleatorias discretas usando este concepto para resolver las probabilidades de resultados, tales como la probabilidad de que salga cara cinco veces o menos en 14 volados.

4.0 Los estudiantes entienden la noción de una variable aleatoria continua y pueden interpretar la probabilidad de un resultado como el área de una región bajo la gráfica de la función de densidad de probabilidad asociada con la variable aleatoria.

5.0 Los estudiantes conocen la definición del promedio de una variable aleatoria discreta y pueden determinar el promedio de una variable aleatoria discreta específica.

6.0 Los estudiantes conocen la definición de la varianza de una variable aleatoria discreta y pueden determinar la varianza para una variable aleatoria discreta en particular.

7.0 Los estudiantes muestran su entendimiento de las distribuciones estándar (normal, binomial y exponencial) y pueden usarlas para resolver eventos en problemas donde la distribución pertenece a esas familias.

8.0 Los estudiantes determinan el promedio y la desviación estándar de una variable aleatoria normalmente distribuida.

9.0 Los estudiantes conocen el teorema de límite central y lo pueden utilizar para obtener aproximaciones de probabilidades en problemas de espacios de muestras finitas donde las probabilidades tienen una distribución binomial.

10.0 Los estudiantes conocen las definiciones de promedio, mediana y modo de distribución de datos y pueden calcular cada una de ellas para situaciones específicas.

11.0 Los estudiantes calculan la varianza y desviación estándar de una distribución de datos.

12.0 Los estudiantes encuentran la línea que mejor se ajusta a una distribución dada de datos utilizando la regresión del menor cuadrado.

13.0 Los estudiantes conocen el significado del coeficiente de correlación de dos variables y están familiarizados con las propiedades del coeficiente.

14.0 Los estudiantes organizan y describen distribuciones de datos utilizando diferentes métodos que incluyen tablas de frecuencia, histogramas, gráficas estándar de línea y de barra, diagramas de tallo y hoja, de dispersión y de caja y bigotes.

15.0 Los estudiantes están familiarizados con las nociones de estadística y la distribución de valores, la distribución de muestreo de una estadística y la variabilidad de la misma.

16.0 Los estudiantes conocen hechos básicos sobre la relación entre el promedio y la desviación estándar de la distribución de muestreo, así como el promedio y la desviación estándar de la distribución de población.

17.0 Los estudiantes determinan los intervalos de confianza para una muestra aleatoria simple a partir de una distribución normal de datos y determinan el tamaño de muestra requerido para el margen de error deseado.

18.0 Los estudiantes determinan el valor P de una estadística para una muestra aleatoria a partir de una distribución normal.

19.0 Los estudiantes están familiarizados con la distribución de chi- cuadrado y la prueba de chi- cuadrado y entienden sus usos.

[NOTE TO LOCAL EDUCATIONAL AGENCIES (LEAs): As a form of assistance to LEAs, the California Department of Education (CDE) offers this translation free of charge. Because there can be variations in translation, the CDE recommends that LEAs confer with local translators to determine any need for additions or modifications, including the addition of local contact information or local data, or modifications in language to suit the needs of specific language groups in the local community. If you have comments or questions regarding the translation, please e-mail the Clearinghouse for Multilingual Documents (CMD) at cmd@cde.ca.gov.]

Cálculo

Grados Ocho a Doce - Estándares de Contenido Académico de Matemáticas.

Quando el cálculo se enseña en la secundaria se debe presentar con el mismo nivel de profundidad y rigor que los cursos básicos de cálculo de las universidades. Estos estándares definen el plan de estudios completo de la universidad para el cálculo de una variable. Muchos programas de secundaria no tienen tiempo suficiente para cubrir todo el contenido en un año académico típico. Por ejemplo, algunos distritos pueden tratar someramente las ecuaciones diferenciales y pasar más tiempo con secuencias infinitas y series. Otros hacen lo opuesto. Considerar el plan de estudios del Consejo Universitario para las secciones de Cálculo AB y Cálculo BC del examen avanzado de matemáticas puede ayudar a tomar una decisión acerca del plan de estudios. El cálculo es un área de las matemáticas de amplia aplicación e involucra una bella teoría intrínseca. Los estudiantes que dominan este contenido estarán expuestos a ambos aspectos de la materia.

1.0 Los estudiantes demuestran su conocimiento de la definición formal y la interpretación gráfica del límite de los valores de las funciones. Este conocimiento incluye límites unilaterales, límites infinitos y límites al infinito. Los estudiantes conocen la definición de convergencia y divergencia como una función conforme la variable del dominio se aproxima a un número o al infinito:

1.1 Los estudiantes prueban y usan los teoremas evaluando los límites de sumas, productos, cocientes y composición de funciones.

1.2 Los estudiantes utilizan calculadoras gráficas para verificar y calcular los límites.

1.3 Los estudiantes prueban y usan límites especiales como el límite de $(\sin(x))/x$ y $(1-\cos(x))/x$ conforme x tiende a 0.

2.0 Los estudiantes demuestran su conocimiento de la definición formal y de la interpretación gráfica de la continuidad de una función.

3.0 Los estudiantes demuestran su entendimiento y la aplicación del teorema del valor intermedio y el teorema del valor extremo.

4.0 Los estudiantes demuestran su entendimiento de la definición formal de la derivada de una función en un punto y la noción de diferenciabilidad:

4.1 Los estudiantes demuestran su entendimiento de la derivada de una función como la pendiente de una línea de la tangente con respecto a la gráfica de la función.

4.2 Los estudiantes demuestran su entendimiento de la interpretación de la derivada como una tasa instantánea de cambio. Los estudiantes pueden utilizar derivadas para resolver una variedad de problemas de física, economía, etc., que incluyen la tasa de cambio de una función.

4.3 Los estudiantes entienden la relación entre diferenciabilidad y continuidad.

4.4 Los estudiantes derivan fórmulas derivadas y las utilizan para encontrar las derivadas de funciones algebraicas, trigonométricas, trigonométricas inversas, exponenciales y logarítmicas.

5.0 Los estudiantes conocen la regla de la cadena y sus pruebas y aplicaciones para el cálculo de la derivada de una variedad de funciones compuestas.

6.0 Los estudiantes encuentran las derivadas de funciones definidas de forma paramétrica y utilizan la diferenciación implícita en una gran variedad de problemas de física, química, economía, etc.

7.0 Los estudiantes calculan derivadas de orden mayor.

8.0 Los estudiantes conocen y pueden aplicar el teorema de Rolle, el teorema del valor promedio y la regla de L'Hôpital.

9.0 Los estudiantes usan la diferenciación para elaborar gráficas de funciones manualmente. Pueden identificar la máxima, la mínima, los puntos de inflexión y los intervalos en que la función incrementa y disminuye.

10.0 Los estudiantes conocen el método de Newton para aproximar los ceros de una función.

11.0 Los estudiantes utilizan la diferenciación para resolver la optimización (problemas de máximo-mínimo) en una variedad de contextos puros y aplicados.

12.0 Los estudiantes utilizan la diferenciación para resolver problemas de tasa relacionados en una variedad de contextos puros y aplicados.

13.0 Los estudiantes conocen la definición de la integral definida usando las sumas de Riemann. Utilizan esta definición para aproximar integrales.

14.0 Los estudiantes aplican la definición de la integral a los problemas de modelos en física, economía, etc., obteniendo resultados en términos de integrales.

15.0 Los estudiantes demuestran su conocimiento y prueban el teorema fundamental del cálculo y lo usan para interpretar integrales como antiderivadas.

16.0 Los estudiantes utilizan integrales definitivas en problemas que involucran área, velocidad, aceleración, volumen de un sólido, área de una superficie de revolución, longitud de una curva y trabajo.

17.0 Los estudiantes calculan manualmente las integrales de una gran variedad de funciones usando técnicas de integración, como sustitución, integración por partes y sustitución trigonométrica. También pueden combinar estas técnicas cuando sea adecuado.

18.0 Los estudiantes conocen las definiciones y propiedades de funciones trigonométricas inversas y la expresión de estas funciones como integrales indefinidas.

19.0 Los estudiantes calculan manualmente las integrales de funciones racionales combinando las técnicas del Estándar 17.0 con las técnicas algebraicas de fracciones parciales y completando el cuadrado.

20.0 Los estudiantes calculan las integrales de las funciones trigonométricas usando las técnicas arriba indicadas.

21.0 Los estudiantes entienden los algoritmos involucrados en la regla de Simpson y el método de Newton. Utilizan calculadoras, computadoras o ambas para aproximar numéricamente las integrales.

22.0 Los estudiantes entienden las integrales impropias como límites de integrales definidas.

23.0 Los estudiantes demuestran un entendimiento de las definiciones de convergencia y divergencia de secuencias y series de números reales. Usando pruebas como la prueba de comparación, la prueba de relación y la prueba de serie alterna, pueden determinar si una serie converge o no.

24.0 Los estudiantes entienden y pueden calcular el radio (intervalo) de la convergencia de serie de potencia.

25.0 Los estudiantes diferencian e integran los términos de una serie de potencia para formar nuevas series a partir de series conocidas.

26.0 Los estudiantes calculan los polinomios de Taylor y la serie de Taylor para funciones básicas, incluyendo el término del residuo.

27.0 Los estudiantes conocen las técnicas de solución de ecuaciones diferenciales elementales seleccionadas y sus aplicaciones a una gran variedad de situaciones, incluyendo problemas de crecimiento y declinación.

[NOTE TO LOCAL EDUCATIONAL AGENCIES (LEAs): As a form of assistance to LEAs, the California Department of Education (CDE) offers this translation free of charge. Because there can be variations in translation, the CDE recommends that LEAs confer with local translators to determine any need for additions or modifications, including the addition of local contact information or local data, or modifications in language to suit the needs of specific language groups in the local community. If you have comments or questions regarding the translation, please e-mail the Clearinghouse for Multilingual Documents (CMD) at cmd@cde.ca.gov.]

Glosario

Grados Ocho a Doce - Estándares de Contenido Académico de Matemáticas.

valor absoluto. Distancia de un número desde cero en la recta numérica. El valor absoluto de -4 es 4 ; el valor absoluto de 4 es 4 .

algoritmo. Procedimiento organizado para realizar un tipo dado de cálculo o resolver un tipo dado de problema. Un ejemplo es la división larga.

secuencia aritmética. Una secuencia de elementos, a_1, a_2, a_3, \dots , de manera que la diferencia de los términos sucesivos es una constante $a_{i+1} - a_i = k$; por ejemplo, la secuencia $\{2, 5, 8, 11, 14, \dots\}$ donde la diferencia común es 3 .

asíntotas. Líneas rectas que tienen la propiedad de acercarse y permanecer arbitrariamente cerca de la curva conforme la distancia desde el origen incrementa al infinito. Por ejemplo, el eje x - es la única asíntota de la gráfica del seno $(x)/x$.

axioma. Una suposición básica sobre un sistema matemático del cual se pueden deducir teoremas. Por ejemplo, el sistema puede ser de puntos y líneas en el plano. Entonces, un axioma sería que dados dos puntos distintos cualesquiera en el plano, hay una línea única atravesándolos.

binomio. En álgebra, una expresión que consiste en la suma o diferencia de dos monomios (ver la definición de *monomio*), tal como $4a-8b$.

distribución binomial. En probabilidad, una distribución binomial da las probabilidades de k resultados A (o $n-k$ resultados B) en n intentos independientes para un experimento de dos resultados donde los posibles resultados se expresan como A y B .

teorema binomial. En matemáticas, un teorema que especifica la expansión completa de un binomio elevado a cualquier potencia entera positiva.

diagrama de caja y bigotes. Método gráfico para mostrar la mediana, los cuartiles y los extremos de los datos. Un diagrama de caja muestra dónde se esparcen los datos y dónde se concentran.

números complejos. Números que tienen la forma $a + bi$ donde a y b son números reales, e i satisface la ecuación $i^2 = -1$. La multiplicación se denota por $(a + bi)(c + di) = (ac - bd) + (ad + bc)i$, y la suma se denota por $(a + bi) + (c + di) = (a + c) + (b + d)i$.

congruente. Dos formas en el plano o en el espacio son congruentes cuando hay un movimiento rígido que identifica una con la otra (ver también la definición de *movimiento rígido*).

conjetura. Una valoración fundamentada.

sistema de coordenadas. Una regla de correspondencia mediante la cual dos o más cantidades ubican puntos de forma no ambigua y que satisface la propiedad de que los puntos determinan las cantidades de forma no ambigua; por ejemplo, las coordenadas cartesianas usuales x , y en el plano.

coseno. $\cos(q)$ es la coordenada x del punto en el círculo de la unidad de manera que la trayectoria que conecta el punto con el origen forma un ángulo de q con el eje positivo x . Cuando q es el ángulo de un triángulo recto, entonces $\cos(q)$ es la relación del lado adyacente con la hipotenusa.

dilatación. En geometría, una transformación D del plano o espacio es la dilatación en un punto P si lleva a P a sí mismo, conserva ángulos, multiplica distancias de P por un número real positivo r , y lleva cada trayectoria por P hasta sí misma. En caso de que P sea el origen en el sistema de coordenadas cartesianas en el plano, entonces la dilatación D correlaciona el punto (x, y) con el punto (rx, ry) .

análisis dimensional. Un método para manipular mediciones unitarias en forma algebraica a fin de determinar las unidades adecuadas de una cantidad calculada algebraicamente. Por ejemplo, la velocidad tiene unidades en forma de longitud sobre tiempo (ej., metros por segundo [m/seg]) y la aceleración tiene unidades de velocidad sobre tiempo; por lo tanto, la aceleración tiene unidades $(m/seg)/seg = m/(seg^2)$.

forma expandida. La forma expandida de una expresión algebraica es la *expresión equivalente* sin paréntesis. Por ejemplo, la forma expandida de $(a + b)^2$ es $a^2 + 2ab + b^2$.

exponente. La potencia a la que se eleva un número o variable (el exponente puede ser cualquier número real).

función exponencial. Una función comúnmente utilizada para estudiar el crecimiento y la declinación. Tiene la forma $y = a^x$ con a positiva.

factores. Una de dos o más cantidades que se multiplican. En la expresión 3.712×11.315 , los factores son 3.712 y 11.315.

función. Una correspondencia donde los valores de una variable determinan los valores de otra.

secuencia geométrica. Una secuencia donde hay una razón común entre términos sucesivos. Cada término sucesivo de una secuencia geométrica se determina multiplicando el término precedente por la razón común. Por ejemplo, en la secuencia $\{1, 3, 9, 27, 81, \dots\}$ la razón común es 3.

histograma. Una gráfica vertical de bloques sin espacios entre ellos. Se utiliza para representar datos de frecuencia en estadística.

desigualdad. Una relación entre dos cantidades indicando que una es estrictamente *menor que* o *menor que o igual a* la otra.

enteros. Un conjunto que consiste en los números enteros positivos y negativos y cero; por ejemplo, $\{\dots -2, -1, 0, 1, 2 \dots\}$.

número irracional. Un número que no se puede representar como la relación exacta de dos enteros. Por ejemplo, la raíz cuadrada de 2 o π .

una expresión lineal. Una expresión de la forma $ax+b$ donde x es variable y a y b son constantes; en una o más variables una expresión de la forma $ax + by + c$, $ax + by + cz + d$, etc.

ecuación lineal. Una ecuación que contiene expresiones lineales.

logaritmo. El inverso de la exponenciación; por ejemplo, $a^{\log a^x} = x$.

media. En estadística, el promedio que se obtiene dividiendo la suma de dos o más cantidades entre el número de estas cantidades.

mediana. En estadística, la cantidad que designa el valor medio en un conjunto de números.

modo. En estadística, el valor que se presenta con mayor frecuencia en una serie dada de números.

monomio. En las variables x, y, z , un monomio es una expresión de la forma $ax^m y^n z^k$, en donde m, n , y k son enteros no negativos y a es una constante (ej., $5x^2$, $3x^2$ y o $7x^3yz^2$).

unidad no estándar. Unidad de medición expresada en términos de objetos (ej., clips, chicles, zapatos, etc.).

paralela. Si se dan líneas en un plano que son infinitas en ambas direcciones y jamás se unen, las líneas son paralelas. Dos líneas distintas en el plano de las coordenadas son paralelas si y sólo si tienen la misma pendiente.

permutación. Una permutación de un conjunto de números $\{1, 2, \dots, n\}$ es una reordenación de estos números.

coordenadas polares. El sistema de coordenadas para el plano basado en r , q , la distancia desde el origen y q , así como el ángulo entre el eje positivo x y la trayectoria desde el origen al punto.

ecuación polar. Cualquier relación entre las coordenadas polares (r, q) de un conjunto de puntos (ej., $r = 2\cos q$ es la ecuación polar de un círculo).

polinomio. En álgebra, la suma de monomios; por ejemplo, $x^2 + 2xy + y^2$.

primo. Un número natural p mayor que 1 es primo si y sólo si los únicos factores enteros positivos de p son 1 y p . Los primeros siete números primos son 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17.

función cuadrática. Una función dada por un polinomio de segundo grado.

variable aleatoria. Una función en un espacio de probabilidad.

rango. En estadística, la diferencia entre el mayor y el menor valor en un conjunto de datos. En matemáticas, la imagen de una función.

razón. Una comparación expresada como fracción. Por ejemplo, en una clase existe una razón de tres niños a dos niñas ($3/2$, $3:2$).

números racionales. Números que se pueden expresar como el cociente de dos enteros; por ejemplo, $7/3$, $5/11$, $-5/13$, $7 = 7/1$.

números reales. Todos los números racionales e irracionales.

reflejo. El reflejo a través de una línea en el plano o un plano en el espacio es la transformación que toma cada punto en el plano a reflejo invertido con respecto a la línea o su reflejo invertido con respecto al plano en el espacio. Produce un reflejo invertido de una figura geométrica.

movimiento rígido. Una transformación del plano o espacio que conserva distancia y ángulos.

extracción de la raíz. Encontrar un número que se pueda usar como factor un número dado de veces para producir el número original; por ejemplo, la raíz quinta de $32 = 2$ porque $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$).

rotación. Una rotación en el plano a través de un ángulo q y sobre un punto P es un movimiento rígido T fijando P de manera que si Q es distinta de P , entonces el ángulo entre las líneas PQ y $PT(Q)$ siempre será q . Una rotación a través de un ángulo q es un movimiento rígido T que fija los puntos de una línea l , de manera que es una rotación a través de q en el plano perpendicular a l a través de algún punto en l .

matriz escalar. Una matriz cuyos elementos diagonales son todos iguales mientras que los elementos no diagonales son todos 0. La matriz identidad es un ejemplo.

diagrama de dispersión. Una gráfica de los puntos que representan un conjunto de datos.

notación científica. Una manera abreviada de escribir números muy grandes o muy pequeños. Un número expresado en notación científica se expresa como un número decimal entre 1 y 10 multiplicado por una potencia de 10 (ej., $7000 = 7 \times 10^3$ o $0.0000019 = 1.9 \times 10^{-6}$).

similitud. En geometría, dos formas R y S son similares cuando hay una dilatación D (ver definición de *dilatación*) que toma S a una forma congruente con R . De manera que R y S son similares cuando son congruentes después de que una se expande o comprime.

seno. $\text{Sen}(q)$ es la coordenada y del punto en el círculo en la unidad de manera que la trayectoria que conecta el punto con el origen forma un ángulo de q con el eje positivo x . Cuando q es un ángulo de un triángulo recto, entonces $\text{sen}(q)$ es la relación del lado opuesto con la hipotenusa.

raíz cuadrada. Las raíces cuadradas de n son todos los números m de manera que $m^2 = n$. Las raíces cuadradas de 16 son 4 y -4. Las raíces cuadradas de -16 son $4i$ y $-4i$.

desviación estándar. Una estadística que mide la dispersión de una muestra.

simetría. La simetría de una forma S en el plano o espacio es un movimiento rígido T que toma S sobre sí misma ($T(S) = S$). Por ejemplo, tanto el reflejo a través de una diagonal como la rotación en ángulo recto sobre el centro son simetrías de un cuadrado.

sistema de ecuaciones lineales. Conjunto de ecuaciones de primer grado (ej., $x + y = 7$ y $x - y = 1$). Una solución de un conjunto de ecuaciones lineales es un conjunto de números a, b, c, \dots de manera que cuando se reemplazan las variables por los números se resuelven todas las ecuaciones. Por ejemplo, en las ecuaciones anteriores, $x = 4$ y $y = 3$ es la solución.

traslación. Movimiento rígido del plano o espacio de la forma X que va a $X + V$ por un vector fijo V .

transversal. En geometría, dadas dos o más líneas en un plano, la transversal es una línea distinta de las líneas originales que se intersecta con cada una de las líneas dadas en un solo punto.

fracción unitaria. Fracción cuyo numerador es 1 (ej., $1/p, 1/3, 1/x$). Todo número que no sea cero se puede escribir como una fracción unitaria, ya que para n no igual a 0, $n = 1/(1/n)$.

variable. Un comodín para expresiones algebraicas; por ejemplo, en $3x + y = 23$, x e y son variables.

vector. Cantidad que tiene magnitud (longitud) y dirección. Se puede representar como un segmento de línea dirigida.

ceros de una función. Los puntos donde el valor de una función es cero.

[NOTE TO LOCAL EDUCATIONAL AGENCIES (LEAS): As a form of assistance to LEAs, the California Department of Education (CDE) offers this translation free of charge. Because there can be variations in translation, the CDE recommends that LEAs confer with local translators to determine any need for additions or modifications, including the addition of local contact information or local data, or modifications in language to suit the needs of specific language groups in the local community. If you have comments or questions regarding the translation, please e-mail the Clearinghouse for Multilingual Documents (CMD) at cmd@cde.ca.gov.]